Hoofdstuk 3 - Systematisch tellen

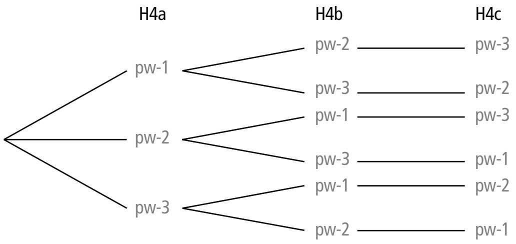
bladzijde 60

V-1 Er zijn 4 mogelijkheden: KK, KM, MK en MM.
Bij KK wast Ruud af, bij MM wast Harry af en bij KM én MK moet Frank afwassen.
Frank is dus in het nadeel omdat hij in twee van de vier mogelijkheden af moet wassen.

V-2a

H4a	H4b	H4c
pw1	pw2	pw3
pw1	pw3	pw2
pw2	pw1	pw3
pw2	pw3	pw1
pw3	pw1	pw2
pw3	pw2	pw1

b

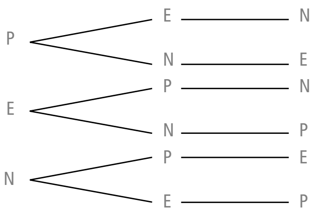


bladzijde 61

V-3a Er staan acht verschillende volgorden in het boomdiagram.
b Naar MMJ of MJM en JMM.
c In vier volgorden is het tweede kind een meisje namelijk: MMM, MMJ, JMM en JMJ.
d

aantal meisjes	3	2	1	0
aantal volgorden	1	3	3	1

V-4a



b Je kunt zes verschillende drieletterwoorden maken.
c Voor de eerste letter heb je vier mogelijkheden. Voor elk van deze vier mogelijkheden heb je dan weer de zes mogelijkheden uit opdracht b.
In totaal zijn er dus $4 \times 6 = 24$ verschillende vierletterwoorden te maken.

V-5a Als Mauresmo twee sets achter elkaar wint is de wedstrijd al beslist.
b Er zijn zes wedstrijdverlopen.
c In drie gevallen wint Mauresmo namelijk: MM, MHM en HMM.
d Dat is alleen het geval als ze precies even sterk zijn.
e Dat is Mwint – Hwint – Mwint.
f Dat is Hwint – Mwint – Mwint.

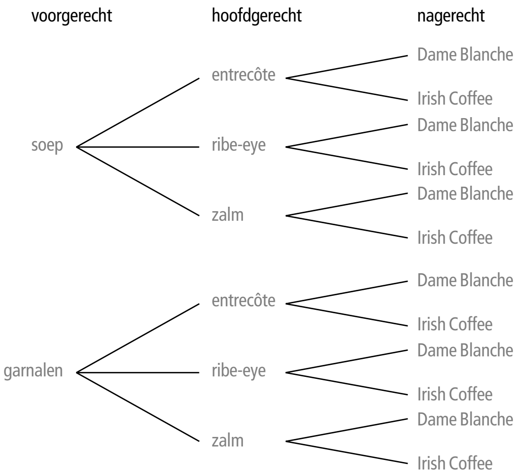
bladzijde 62

1a Voorgerecht, hoofdgerecht en nagerecht.

b Bij de eerste keuze heb je twee takken waar soep en garnalen bij komt te staan.

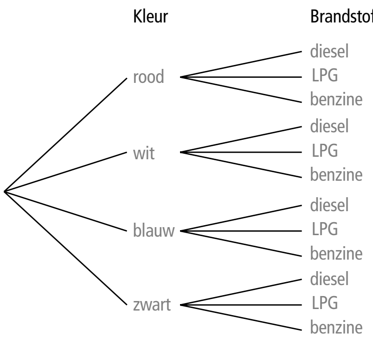
c Bij de tweede keuze heb je drie takken waar entrecôte, rib-eye en zalm bij komt te staan.

d



e Er zijn $2 \times 3 \times 2$ dus 12 verschillende drie-gangen-menu's samen te stellen.

2a

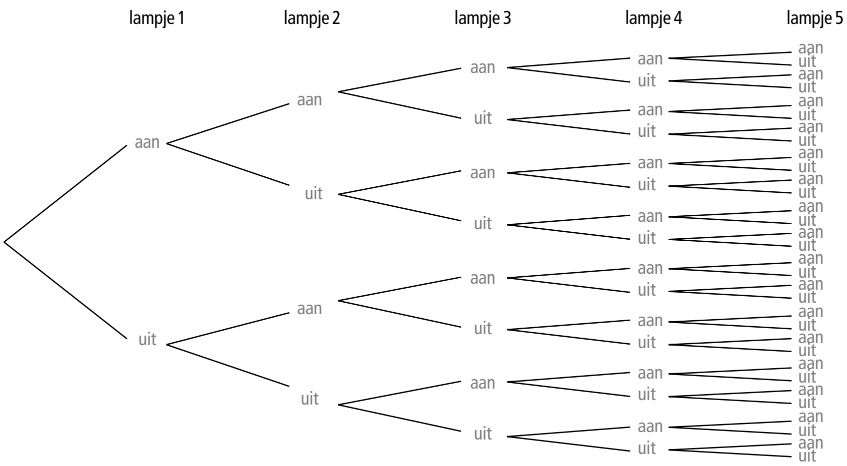


Er zijn dus $4 \times 3 = 12$ keuzemogelijkheden.

b Er zijn $4 \times 2 = 8$ uitvoeringen die niet op diesel rijden.

bladzijde 63

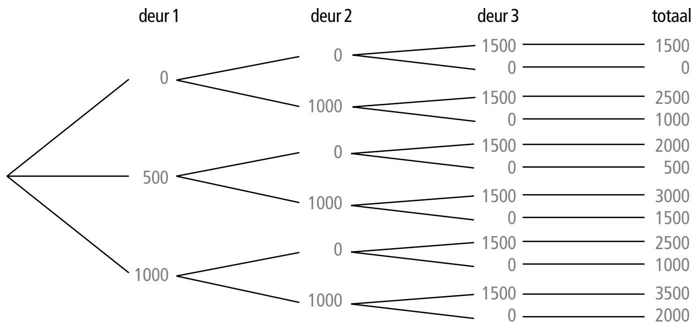
3a



b Er zijn $2\times2\times2\times2\times2=2^5=32$ verschillende signalen mogelijk.
c Dit is een kwestie van goed tellen. Je vindt dan tien signalen met twee lampjes aan.

4a Leo heeft twee keuzemomenten.
b Leo redeneerde fout want volgens hem kan ROOD in baan 1 en dan WIT in baan 1 en tenslotte ook nog BLAUW in baan 1.

5a



b De kans op 1 500 euro is even groot als de kans op 2 000 euro omdat ze allebei twee keer voorkomen.

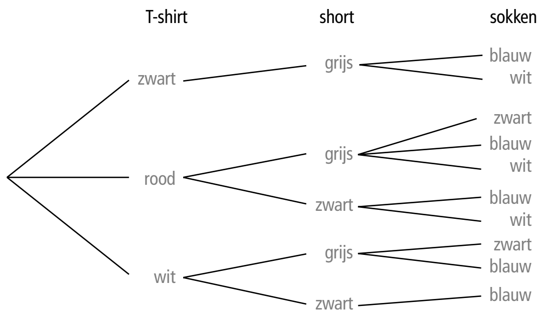
6 Er zijn $4\times3\times(4-1)=36$ mogelijkheden.

7a Met drie dipswitches kun je $2 \times 2 \times 2 = 8$ instellingen maken.
b Met zes dipswitches kun je $2\times2\times2\times2\times2\times2=2^6=64$ instellingen maken.
c $2^{10}=1024$ dus heb je tien dipswitches nodig.

bladzijde 64

8a Van A naar C zijn er $3 \times 2 = 6$ verschillende wandelingen mogelijk.
b Nu zijn er $3 \times 5 = 15$ verschillende wandelingen mogelijk.
Er zijn nu vijf paden tussen B en C.

9a Hij moet dan in het zwart gaan. Dat kan op één manier.
Hij kan dan wel uit 2 paar sokken kiezen.
b



Er zijn dus tien manieren om in drie verschillende kleuren gekleed te gaan.
c Pieter kan in totaal $3 \times 2 \times 3 = 18$ verschillende combinaties maken.

10a In zes gevallen is de som zeven.
b Er zijn maar twee mogelijkheden om elf te gooien.
c In 6 + 2 = 8 gevallen is de som zeven of elf.
d In 18 gevallen is de som oneven.

11a Er zijn $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ mogelijke codes te maken.
b Het duurt $1\,000 \times 5 = 5\,000$ seconden.
$\frac{5\,000}{60} = 83\frac{1}{3}$ minuut dus 83 minuten en 20 seconden.
c Hij moet maximaal $3 \times 2 \times 1 = 6$ keer proberen.
d Er zijn dan drie codes mogelijk namelijk 344, 434 en 443.

bladzijde 65

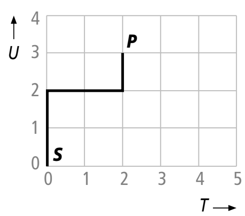
12a Eerst 12 wegen, dan 21 wegen en als laatste 16 wegen.
bc Je kunt met het antwoord van onderdeel a wel nagaan dat er $12 \times 21 \times 16 =$ 4 032 verschillende menu's mogelijk zijn.

13a Er zijn 10 $10 \times 10 \times 10 = 10\,000$ verschillende pincodes mogelijk.
b Elke code komt naar verwachting 1 000 000 : 10 000 = 100 keer voor.
c Ja, want het is XX34 of XX43.
d Nu heb je maximaal $3 \times 2 \times 1 = 6$ keer nodig.

14a Je zou kunnen vragen: hoeveel verschillende twee-letter-woorden kun je maken als de letters dubbel voor mogen komen?
b Je zou dan kunnen vragen: hoeveel verschillende twee-letter-woorden kun je maken als de letters niet dubbel voor mogen komen?
c Deze vraag zou kunnen zijn: hoeveel één-letter-woorden kun je maken?

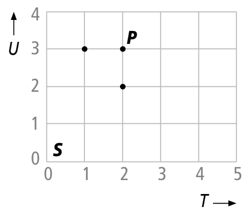
bladzijde 66

15a



b Ja.
c Bijvoorbeeld TTUUU, TUTUU of TUUUT.
d De thuisclub scoort twee keer en de uitclub scoort drie keer.
e Er zijn in totaal tien scoreverlopen mogelijk. Schrijf ze gewoon allemaal uit.

16a

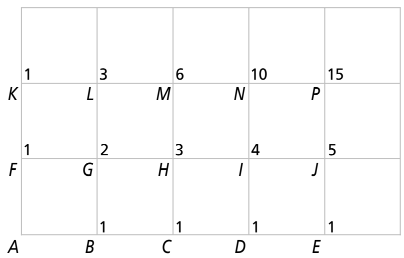


b Er zijn zes routes van (0, 0) naar (2, 2) namelijk TTUU, TUTU, TUUT, UTTU, UTUT en UUTT.

c Er zijn vier routes van (0, 0) naar (1, 3) namelijk TUUU, UTUU, UUTU en UUUT.

d Je moet altijd via (2, 2) of (1, 3) om in (2, 3) te komen. Dus in totaal 6 + 4 = 10 manieren om van (0, 0) naar (2, 3) te komen.

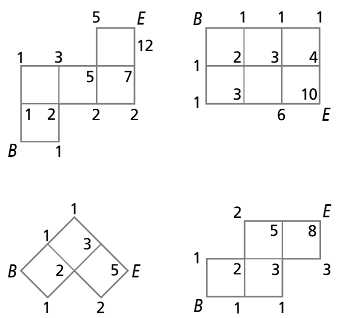
17



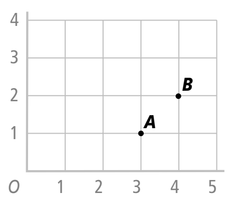
Er zijn 15 routes van A naar P.

bladzijde 67

18



19a

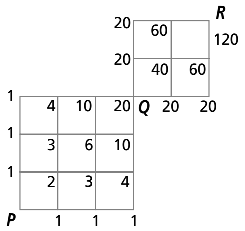


b Er zijn vier routes van O naar A.

c Er zijn twee routes van A naar B.

d Voor elke vier routes van O naar A heb je daarna weer de keuze uit twee routes om van A naar B te komen. In totaal zijn er dus $4 \times 2 = 8$ routes om van O via A naar B te komen.

20a



b Er zijn 20 routes om van P naar Q te komen en zes routes om van Q naar R te komen.
In totaal zijn er dus $20 \times 6 = 120$ routes om van P via Q naar R te komen.

21 1: van P naar Q zijn $6 \times 6 = 36$ routes
2: van P naar Q zijn $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ routes
3: van P naar Q zijn $6 \times 2 \times 2 = 24$ routes

bladzijde 68

22a In twee stappen kun je uitkomen in $(2, 0)$, $(0, 2)$ of $(1, 1)$.
b In drie stappen kun je uitkomen in $(3, 0)$, $(0, 3)$, $(1, 2)$ of $(2, 1)$.
c Er zijn drie verschillende routes die eindigen in $(2, 1)$.

23a Pas dezelfde strategie toe als bij opdracht 17 en je vindt dat er 15 routes zijn van O naar R.
b $P(0, 6)$, $Q(1, 5)$, $R(2, 4)$, $S(3, 3)$, $T(4, 2)$, $U(5, 1)$ en $V(6, 0)$
c

van O naar	*P*	*Q*	*R*	*S*	*T*	*U*	*V*
aantal routes	1	6	15	20	15	6	1

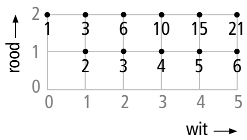
d In totaal kan de robot $1+6+15+20+15+6+1=64$ verschillende routes afleggen in zes stappen.

bladzijde 69

24a JMMM,MJMM, MMJM en MMMJ dus vier volgordes.
b JJMM, JMJM, JMMJ, MJJM, MJMJ en MMJJ dus zes volgordes.
c Er zijn zes mogelijke gezinssamenstellingen als er in het gezin twee jongens en twee meisjes zijn.
d Van O naar C zijn er zes routes.
e

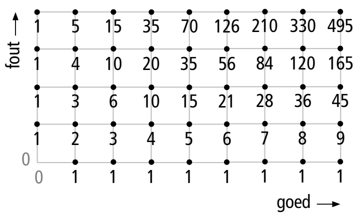
aantal meisjes	4	3	2	1	0
aantal volgordes	1	4	6	4	1

25ab Punt A heeft als coördinaten $(4, 2)$.
c Er zijn 15 verschillende rijtjes met vier maal kop en twee keer munt.
d Er zijn natuurlijk ook 15 verschillende rijtjes met twee maal munt en vier keer kop.
Dit is dezelfde vraag als in opdracht c.
e Er zijn ook weer 15 verschillende rijtjes met twee maal kop en vier keer munt.

26a 

b Punt (2, 4) correspondeert met vier rode en twee witte ballen.

c Met vier maal wit en twee maal rood zijn 15 rijtjes te maken.
Dit correspondeert met het punt (4, 2).

27 

Je kunt dus op 495 manieren acht van de twaalf vragen goed hebben.

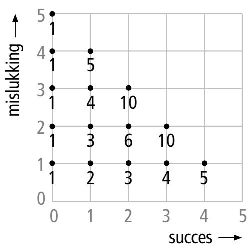
28a In een rooster betekent dit van (0, 0) naar (4, 2) want van de zes cd's kies je er vier niet en twee wel. Dit kan dus op 15 manieren.

b Uit opdracht a volgt dat dat er 15 zijn.

c Ook weer 15 manieren.

d Elke keer kies je vier keer voor de ene 'soort' en twee keer voor de andere 'soort'.

bladzijde 70

29a 

b Bij tien verschillende volgorden is er sprake van drie successen en twee mislukkingen.

c Er zijn in totaal 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32 verschillende volgorden.

d Het punt (4, 1) correspondeert met vier succesvolle en een mislukt experiment.

30a Van (0, 0) naar (4, 3) zijn er 35 routes.

b Van (0, 0) naar (6, 2) zijn er 28 routes.

bladzijde 71

31a Je kiest een boek wel of je kiest het niet.

b Twee keer kies je het boek wel en zes keer niet.

c Dit komt overeen met punt (6, 2) of (2, 6).

d Er zijn 28 routes die naar (6, 2) of (2, 6) leiden.

32 Als er zes van de acht lampjes branden komt dit overeen met punt (6, 2). Je kunt daar op 28 manieren komen en dus zijn er 28 codes te maken met zes brandende lampjes

33a Drie enen en vijf nullen komt overeen met punt (3, 5).
Je kunt 56 bytes maken met drie enen en vijf nullen.

b Dit komt overeen met punt (5, 3) en daar kun je ook op 56 manieren komen.

34a Dit komt overeen met punt (4, 3) dus 35 volgorden.

b Je gaat dus drie stappen naar rechts en vijf naar boven dus komt dit overeen met punt (3, 5) dus 56 volgorden.

c Vijf goed en vijf fout komt overeen met punt (5, 5) dus 252 volgorden.

d Vier meisjes en zeven jongens komt overeen met punt (4, 7) dus 330 volgorden.

e Dit komt overeen met (5, 7) dus 792 volgorden.

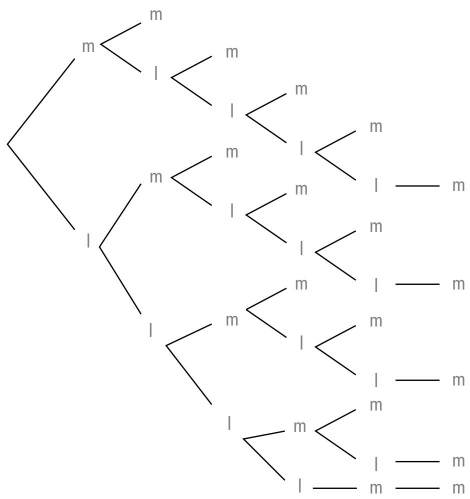
35a 11 111 is het kleinste getal.

b 22 222 is het grootste getal.

c Je kunt $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ getallen krijgen.

bladzijde 72

36a



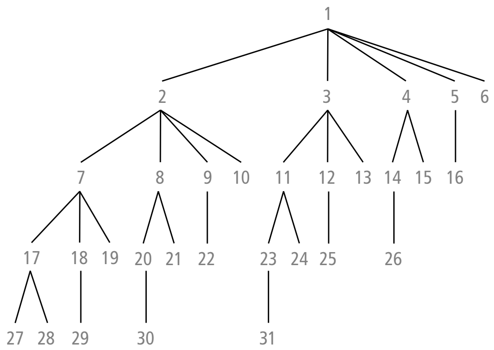
b Uit het boomdiagram kun je aflezen dat er 15 volgorden zijn.

c In 12 van de 15 gevallen moeten er meer dan drie busjes opgetild worden en dat is dus in $\frac{12}{15} \cdot 100 = 80\%$ van de gevallen.

37a Het duurt 32 minuten om leerling 31 te bereiken en het duurt minimaal 20 minuten om leerling 16 te bereiken. In dat geval duurt het dus 12 minuten langer.

b Als leerling 1 dan belt naar leerling 2, 3 en 4 en leerling 5 belt naar leerling 6, 7 en 8 dan zul je zien dat leerling 10 uiteindelijk belt naar leerling 31. Ook dit duurt dan 32 minuten.

c



Op deze manier kan iedereen in 20 minuten bereikt worden. Leerling 1 moet dan wel eerst naar leerling 2 en dan naar leerling 3 bellen.

bladzijde 73

38a Voor het tweede stuk heeft ze tien mogelijkheden.

b Voor het derde stuk heeft ze nog negen mogelijkheden.

c Nee, want op deze manier zijn er $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3\,628\,800$ volgorden.

d Dan zijn er $13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6\,227\,020\,800$ volgorden mogelijk.

39a In totaal hebben de jongens $3 \times 3 \times 3 = 27$ keuzemogelijkheden omdat elke jongen drie keuzemogelijkheden heeft.

b Er zijn zes mogelijkheden dat meisje D twee keer wordt gekozen namelijk DDE, DED, EDD, DDF, DFD en FDD. Op dezelfde manier zijn er ook steeds zes mogelijkheden dat meisje E of F twee keer wordt gekozen. In totaal zijn er dus 18 mogelijkheden.

c Dit zijn de gevallen DEF, DFE, EDF, EFD, FDE en FED.

d De drie meisjes hebben natuurlijk ook $3 \times 3 \times 3 = 27$ keuzemogelijkheden voor de zes kandidaten.

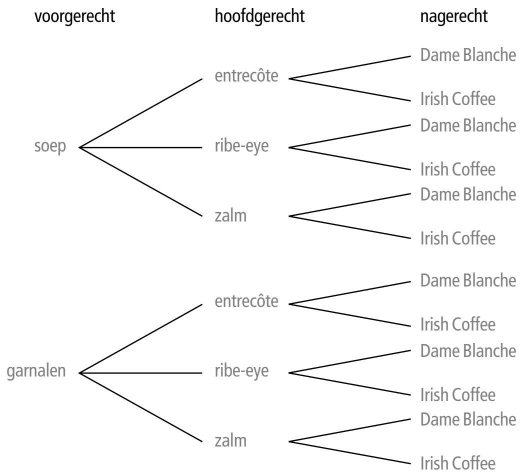
e Er zijn zes mogelijkheden om drie 'love duo's' te vormen namelijk ADBECF, ADBFCE, AEBDCF, AEBFCD, AFBDCE en AFBECD. Het gebeurt dus in zes van de 729 gevallen ofwel 1 van de $121\frac{1}{2}$ wat betekent dat de kans nog kleiner is dan de presentator dacht.

bladzijde 74

I-1a Voorgerecht, hoofdgerecht en nagerecht.

b Bij de eerste keuze heb je twee takken waar soep en garnalen bij komt te staan.

c Bij de tweede keuze heb je drie takken waar entrecôte, rib-eye en zalm bij komt te staan.

d 

e Er zijn $2 \times 3 \times 2$ dus 12 verschillende drie-gangen-menu's samen te stellen.

I-2a Boom 2 is te gebruiken want bij elke lamp heb je de keuze uit 'aan' of 'uit'.
b -
c Er zijn $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ signalen mogelijk.
d Bij tien signalen zijn er twee lampjes aan.

I-3a -
b Je houdt uiteindelijk zes mogelijkheden over.
c Hij kan alleen het boomdiagram gebruiken waar cijfer 1, cijfer 2 en cijfer 3 boven staat. In het andere boomdiagram zou EEE betekenen dat je als eerste cijfer 1 kiest, vervolgens als eerste cijfer 2 en dan als eerste cijfer 3 en dat kan niet.
d Hij kan $3 \times 3 \times 3 = 27$ verschillende getallen maken.
e Dit boomdiagram heeft bij de eerste stap zes vertakkingen. Elk van deze zes vertakkingen hebben vervolgens weer zes takken en dat is ook voor de derde worp het geval. Er zijn dus $6 \times 6 \times 6 = 216$ mogelijkheden.

bladzijde 75

I-4a 111 betekent dat elke klas hetzelfde proefwerk krijgt en dat zal de lerares niet doen.
b Je houdt zes mogelijkheden over.
c aaa betekent dat klas H4a proefwerk 1, 2 en 3 krijgt en dat kan natuurlijk niet.

I-5

	aantal kinderen			
aantal meisjes	*2*	*3*	*4*	*5*
0	25 000	12 500	6 250	3 125
1	50 000	37 500	25 000	15 625
2	25 000	37 500	37 500	31 250
3		12 500	25 000	31 250
4			6 250	15 625
5				3 125

I-6a Met deze dipswitches zijn er $2 \times 2 \times 2 = 8$ mogelijkheden.
b Met zes dipswitches zijn er $2^6 = 64$ mogelijkheden en met zeven dipswitches zijn er $2^7 = 128$ mogelijkheden.
c $2^{10} = 1\,024$ dus zijn er tien dipswitches nodig.
d $2^{19} = 524\,288$ en $2^{20} = 1\,048\,576$ dus zijn er 20 nodig.

bladzijde 78

T-1a Er zijn $3 \times 2 \times 1 = 6$ verschillende volgorden.
b Met vier kleuren zijn er $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ volgorden mogelijk.

T-2a Het eerste nummer ligt dus vast. Voor vier andere nummers zijn nog $4 \times 3 \times 2 \times 1 =$ 24 volgorden.
'Big sensation' is dus op 24 manieren als eerste te horen.
b Dan zijn er $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 3125$ volgorden mogelijk.

T-3a Van A naar B zijn er 28 routes en van B naar C zijn er 21 routes.
b Je kunt van A via B naar C op $28 \times 21 = 588$ manieren rijden.
c Als je start in A en je kiest dat $(0, 0)$ kun je zes stappen van 500 meter zetten en dus uitkomen in $(6, 0)$, $(5, 1)$, $(4, 2)$, $(3, 3)$, $(2, 4)$, $(1, 5)$ of $(0, 6)$.
d Naar $(0, 6)$ kan op 1 manier, naar $(1, 5)$ kan op zes manieren en naar $(2, 4)$ kan op 15 manieren. In totaal zijn er dan dus 22 routes mogelijk.

T-4 Je kunt dit in een assenstelsel zien als het aantal routes van $(0, 0)$ naar $(2, 4)$ en dat is 15.

T-5a Dit komt overeen met het aantal routes van $(0, 0)$ naar $(3, 3)$ en dat is 20.
b Van $(0, 0)$ naar $(6, 5)$ zijn 462 routes.
c Van $(0, 0)$ naar $(6, 2)$ zijn 28 routes.

bladzijde 79

T-6a De coach kan de drie aanvallers op $4 \times 3 \times 2 = 24$ manieren kiezen.
b De coach kan de drie middenvelders op $5 \times 4 \times 3 = 60$ manieren kiezen.
De vier verdedigers kunnen op $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ manieren gekozen worden.
c De coach kan $2 \times 360 \times 60 \wedge 24 = 1\,036\,800$ verschillende teams in het veld brengen.

T-7a Na de C kwamen de getallen 1 tot en met 99 999 voor dus waren 99 999 nummerborden te maken volgens dit systeem.
b Als we er van uitgaan dat 0000 niet mogelijk is zijn er voor elk van de 23 letters dus 9 999 mogelijkheden. Er zijn dus $23 \times 9\,999 = 229\,977$ extra nummerborden mogelijk.

T-8a Van de zestien kies je er vier wel en twaalf niet wat overeenkomt met het aantal routes van $(0, 0)$ naar $(4, 12)$ en dat is 1 820.
b Dit komt overeen met het aantal routes van $(0, 0)$ naar $(4, 8)$ en dat is 495.
c Dat zijn er $1820 \times 495 \times 70 \times 1 = 63\,063\,000$.
d Volgens het gegeven systeem zijn er per poule zes wedstrijden dus 24 in totaal. Na de poulewedstrijden zijn er volgens het schema nog zes wedstrijden dus 30 in totaal.
Volgens het knock-out systeem zijn er $8 + 4 + 2 + 1 = 15$ wedstrijden en dat zijn er dus 15 minder.

T-9 Doordat je elke keer steeds weer dezelfde twee keuzemogelijkheden hebt wordt het totaal dus elke keer met twee vermenigvuldigd.