Hoofdstuk 5 - Evenredigheden

Bladzijde 110

1a $\frac{36}{108} \cdot 24 = 8$ meter

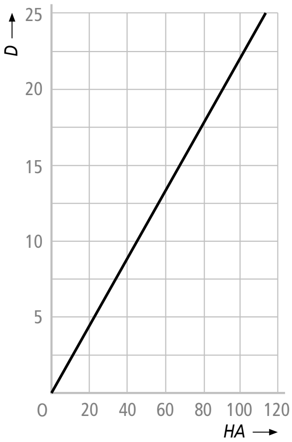
b

HA in meters	12	40	72	108
D in meters	2,67	8,89	16	24

c Ja ; de hangglider gaat in een rechte lijn naar beneden.

d Ja omdat er tussen HA en D een lineair verband bestaat.

e



De grafiek gaat door $(0, 0)$.

f $\frac{24}{108} = \frac{2}{9}$

g $\frac{24}{216} = \frac{1}{9}$

Bladzijde 111

2 De evenredigheidsconstante is gelijk aan: $\frac{25}{2} = 12,5$

3a Nee ; grootverpakking is meestal naar verhouding goedkoper

b Ja

c Nee ; portokosten gaan stapsgewijs omhoog

4a Nee; als x drie keer zo groot wordt, dan wordt y drie keer zo klein.

b x: $0,25 \cdot 3 = 0,75$ en y: $6 : 3 = 2$

x: $0,6 \cdot 2 = 1,2$ en y: $2,5 : 2 = 1,25$

c

x	0,25	0,4	0,6	0,75	1	1,2	1,5
y	6	3,75	2,5	2	1,5	1,25	1
$\frac{1}{x}$	4	2,5	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{3}$	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$

d Bijvoorbeeld: y: $6 \cdot \frac{1}{4} = 1,5$ en $\frac{1}{x}$: $4 \cdot \frac{1}{4} = 1$

e De evenredigheidsconstante is gelijk aan: $\frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$

f $y = 1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x}$; $\frac{1}{x} = \frac{2}{3} \cdot y$; $x \cdot y = 1\frac{1}{2}$

5a Een dikke draad heeft minder weerstand dan een dunne, dus als de oppervlakte van de doorsnede groter wordt, dan wordt de weerstand van de draad kleiner.

b $R = 0,21 \cdot \dfrac{1}{A}$; $R \cdot A = 0,21$; $A = 0,21 \cdot \dfrac{1}{R}$

6 Ja want als $K = c \cdot \frac{1}{M}$, dan geldt $K \cdot M = c$ en dus ook $M = c \cdot \frac{1}{K}$.

Bladzijde 112

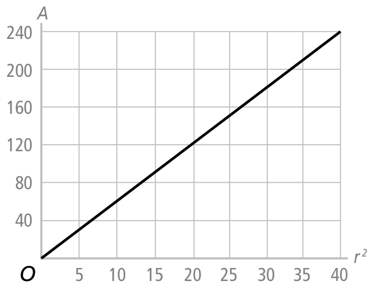
7a

r	1	2	3	4	5	10
r^2	1	4	9	16	25	100
r^3	1	8	27	64	125	1000
A	6	24	54	96	150	600
I	1	8	27	64	125	1000

b Bijvoorbeeld : A: $6 \cdot 16 = 96$ en r^2: $1 \cdot 16 = 16$
Bijvoorbeeld : I: $8 \cdot 8 = 64$ en r^3: $8 \cdot 8 = 64$

c De evenredigheidsconstanten zijn 6 : $A = 6 \cdot r^2$ en 1 : $I = 1 \cdot r^3$

d



e De grafiek, die het verband tussen A en r^2 weergeeft is een rechte lijn door de oorsprong; de evenredigheidsconstante is gelijk aan het hellingsgetal van deze rechte lijn.

8a $R = 0,0075 \cdot v^2$

b $v^2 = 6400$, dus $v = 80$ km/uur; de bijbehorende remweg is gelijk aan:
$R = 0,0075 \cdot 80^2 = 48$ meter.

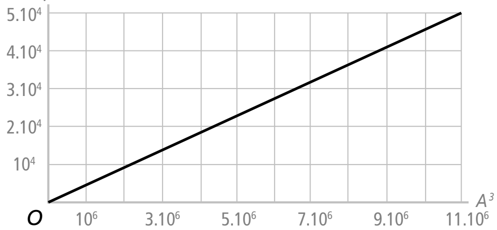
c Punt A: $v^2 = 900$, dus $v = 30$ km/uur ;
Punt B: $v^2 = 2500$, dus $v = 50$ km/uur ;
Punt D: $v^2 = 10\,000$, dus $v = 100$ km/uur ;
Punt E: $v^2 = 14\,500$, dus $v \approx 122$ km/uur

9a

A^3	216	13 824	157 464	884 736	3 375 000	216 000 000
I^2	1	64	729	4096	15 625	1 000 000

Bijvoorbeeld: I^2: $64 \cdot 64 = 4096$ en A^3: $13824 \cdot 64 = 884\,736$

b



De evenredigheidsconstante is gelijk aan $\frac{1}{216}$

Bladzijde 113

10a Kubus A: de oppervlakte: $6 \cdot (1\frac{1}{2})^2 = 13\frac{1}{2}$ en de inhoud: $(1\frac{1}{2})^3 = 3{,}375$;
kubus B: de oppervlakte: $6 \cdot 3^2 = 54$ en de inhoud: $3^3 = 27$

b $54 = 2^2 \cdot 13\frac{1}{2}$

c $27 = 2^3 \cdot 3{,}375$

11a

r	2	5	10
A	24	150	600
I	8	125	1000

$2 \cdot 5 = 10$; $24 \cdot 5^2 = 600$; $8 \cdot 5^3 = 1\,000$

b $2 \cdot 2\frac{1}{2} = 5$; $24 \cdot (2\frac{1}{2})^2 = 150$; $8 \cdot (2\frac{1}{2})^3 = 125$; de oppervlakte met factor $(2\frac{1}{2})^2 = 6{,}25$ en de inhoud met factor $(2\frac{1}{2})^3 = 15{,}625$

c $I_{\text{nieuw}} = (kr)^3 = k^3 \cdot r^3 = k^3 \cdot I_{\text{oud}}$

12a Tussen de oppervlakte en de straal van de bol bestaat een kwadratische evenredigheid.

b Tussen de inhoud en de straal van de bol bestaat een kubieke evenredigheid.

c

r	4	10
A	64π	400π
I	$\frac{256}{3}\pi$	$\frac{4000}{3}\pi$

$4 \cdot 2\frac{1}{2} = 10$; $64\pi \cdot (2\frac{1}{2})^2 = 400\pi$; $\frac{256}{3}\pi \cdot (2\frac{1}{2})^3 = \frac{4000}{3}\pi$

De oppervlakte is vergroot met factor $(2\frac{1}{2})^2$; de inhoud is vergroot met factor $(2\frac{1}{2})^3$.

d $I_{\text{nieuw}} = \frac{4}{3} \ (f \cdot R)^3 = \frac{4}{3} \ \cdot f^3 \cdot R^3 = f^3 \cdot I_{\text{oud}}$

13 De oppervlakte is $3^2 = 9$ keer kleiner want $\dfrac{3\,000\,000}{1\,000\,000} = 3$.

Bladzijde 114

14a Bijvoorbeeld: h: $50 \cdot 2 = 100$ en K: $25 \cdot 2 \neq 35$

b

hoogte h	50	100	150	250	300	450
kijkafstand K	25	35	43	55	61	75
$\sqrt{h}$	7,07	10	12,25	15,81	17,32	21,21
$3{,}5 \cdot \sqrt{h}$	24,75	35	42,88	55,34	60,62	74,24

Uit de tabel blijkt, dat bij benadering geldt $K \propto \sqrt{h}$ want de rijen voor K en $3{,}5 \cdot \sqrt{h}$ zijn ongeveer gelijk

15a $K = 3{,}5 \cdot \sqrt{610} \approx 86$ km

b $\sqrt{4} = 2$

c $\sqrt{9} = 3$ keer kleiner

16a

hoogte h	50	150	250
kijkafstand K	25	43	55

$h:\ 50\cdot 3 = 150$; $K:\ 25\cdot\sqrt{3}\approx 43$

$h:\ 50\cdot 5 = 250$; $K:\ 25\cdot\sqrt{5}\approx 56$

b $K_{\text{nieuw}} = 3,5\cdot\sqrt{f\cdot h} = 3,5\cdot\sqrt{f}\cdot\sqrt{h} = \sqrt{f}\cdot K_{\text{oud}}$; dus $\sqrt{f\cdot h} = \sqrt{f}\cdot\sqrt{h}$

Bladzijde 115

17 De Oldenhove is 65% kleiner dan de Achmea toren want $\frac{40}{114}\approx 0,35$; de kijkafstand vanaf de Oldenhove is 41% minder dan van de Achmea toren want $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{114}}\approx 0,59$.

18a Als P 3 keer zo groot wordt, dan wordt Q $\sqrt{3}$ keer groter;
Als P 3 keer zo groot wordt, dan wordt Q 9 keer groter;
Als P 3 keer zo groot wordt, dan wordt Q 3 keer kleiner.

b Als Q 5 keer zo groot wordt, dan wordt P 25 keer groter;
Als Q 5 keer zo groot wordt, dan wordt P $\sqrt{5}$ keer groter;
Als Q 5 keer zo groot wordt, dan wordt P 5 keer kleiner.

19a $K^2 + r^2 = (r+h)^2$; dus $K^2 = (r+h)^2 - r^2$; hieruit volgt $K = \sqrt{(r+h)^2 - r^2}$

b $K = \sqrt{r^2 + 2rh + h^2 - r^2} = \sqrt{(2r+h)\cdot h} = \sqrt{(2r+h)}\cdot\sqrt{h}$

c Voor relatief kleine waarden van h geldt: $2r + h \approx r$, dus ook $\sqrt{2r+h}\approx\sqrt{r}$:
$\sqrt{2\cdot 6370000 + 80} - \sqrt{2\cdot 6370000}\approx 0,0112$

d $K = \sqrt{(2r+h)}\cdot\sqrt{h}\approx\sqrt{2r}\cdot\sqrt{h} = \sqrt{12740000}\cdot\sqrt{h}\approx 3569\sqrt{h}$; uitgedrukt in kilometer:
$K\approx 3,5\cdot\sqrt{h}$

Bladzijde 116

20a Als d 4 keer zo groot wordt, dan wordt L niet 4 keer zo klein: $d:\ 1\cdot 4 = 4$ en
$L:\ 63\cdot\frac{1}{4}\neq 3,94$

b

d in meter	1	1,5	2	3	4	10
L in Watt/m^2	63	28	15,75	7	3,94	0,63
d^2	1	2,25	4	9	16	100

c Bijvoorbeeld : $L:\ 63\cdot\frac{1}{4} = 15,75$ en $d^2:\ 1\cdot 4 = 4$

d d^2 langs de horizontale as

e $L = 63\cdot\frac{1}{d^2} = 63\cdot\frac{1}{55^2}\approx 0.021$ watt/ m^2

21a Als A 10 keer zo groot wordt, dan wordt de straal d $\sqrt{10}$ keer zo groot; omdat L omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de straal d wordt L dan $(\sqrt{10})^2 = 10$ keer zo klein ; dus L is omgekeerd evenredig met de oppervlakte A

b Indien d 8 keer zo groot wordt, wordt het denkbeeldige boloppervlak $8^2 = 64$ keer zo groot, en dus wordt L 64 keer zo klein.

c De afstand is dan $\sqrt{6}$ keer zo groot: $\sqrt{6}$ meter

22 $L_{\text{nieuw}} = \dfrac{1}{(f \cdot d)^2} = \dfrac{1}{f^2 \cdot d^2} = \dfrac{1}{f^2} \cdot \dfrac{1}{d^2} = \dfrac{1}{f^2} \cdot L_{\text{oud}}$

Bladzijde 117

23 Als de afstand 5 keer zo groot is, dan moet de lichtsterkte $5^2 = 25$ keer zo groot zijn : 2500 Watt

24a Halve cilindermantel: $\frac{1}{2} \cdot (\pi \cdot 6 \cdot 10) = 30\pi \ \text{m}^2$
b Oppervlakte halve cilindermantel: $A = \pi \cdot r \cdot h$
c $A = \pi \cdot r \cdot h = (\pi \cdot h) \cdot r = \text{constante} \cdot r$
d I is omgekeerd evenredig met de oppervlakte A en A is recht evenredig met de afstand tot de snelweg ; dus als de afstand f keer zo groot wordt, dan wordt A ook f keer zo groot en wordt I dus f keer zo klein

25a Als je p 2 keer zo klein maakt, dan wordt T 8 keer zo groot.
Als je p 5 keer zo groot maakt, dan wordt T 125 keer zo klein.
b

p	1	2	3	4	5	10	20
T	250	31,25	9,2593	3,9063	2	25	0,03125

c $T \cdot p = 250$

Bladzijde 118

26a Vergelijk bijvoorbeeld Jupiter met Uranus: p is ongeveer 7,1 maal zo groot en a is ongeveer 3,7 maal zo groot, dus p is niet evenredig met a.
b

planeet	Merc.	Venus	Mars	Jupit.	Satur.
p	0,24	0,616	1,881	11,86	29,45
a in km	$5{,}79 \cdot 10^7$	$1{,}08 \cdot 10^8$	$2{,}28 \cdot 10^8$	$7{,}78 \cdot 10^8$	$1{,}43 \cdot 10^9$
p^2	0,058	0,379	3,538	140,66	867,30
a^3	$1{,}94 \cdot 10^{23}$	$1{,}27 \cdot 10^{24}$	$1{,}18 \cdot 10^{25}$	$4{,}72 \cdot 10^{26}$	$2{,}90 \cdot 10^{27}$

Uran.	Nept.
84,07	164,89
$2{,}87 \cdot 10^9$	$4{,}50 \cdot 10^9$
7076,76	27188,71
$2{,}36 \cdot 10^{28}$	$9{,}10 \cdot 10^{28}$

c $\dfrac{a^3}{p^2} = \dfrac{1{,}94 \cdot 10^{23}}{0{,}058} \approx 3{,}34 \cdot 10^{24}$; $\dfrac{a^3}{p^2} = \dfrac{1{,}27 \cdot 10^{24}}{0{,}379} \approx 3{,}35 \cdot 10^{24}$;
$\dfrac{a^3}{p^2} = \dfrac{1{,}18 \cdot 10^{25}}{3{,}538} \approx 3{,}34 \cdot 10^{24}$; de evenredigheidsconstante $\approx 3{,}34 \cdot 10^{24}$
d $\dfrac{a^3}{p^2} = \dfrac{a^3}{1^2} \approx 3{,}34 \cdot 10^{24}$, hieruit volgt dat $a \approx \sqrt[3]{3{,}34 \cdot 10^{24}} \approx 149$ miljoen kilometer
e $\dfrac{a^3}{p^2} = \dfrac{(5{,}91352 \cdot 10^9)^3}{p^2} \approx 3{,}34 \cdot 10^{24}$, hieruit volgt $p = \sqrt{\dfrac{2{,}0679 \cdot 10^{29}}{3{,}34 \cdot 10^{24}}} \approx 249$ jaar

27a Bijvoorbeeld als v 2 keer zo groot wordt, dan wordt R niet 2 keer zo groot:
v: $20 \cdot 2 = 40$; R : $3 \cdot 2 \neq 12$

b Als de snelheid verdubbelt wordt R 4 keer zo groot; als de snelheid 3 keer zo groot wordt, dan wordt R 9 keer zo groot

c $R \propto v^2$; bijvoorbeeld $v\ :\ 20 \cdot 2 = 40$; $R\ :\ 3 \cdot 2^2 = 12$

d $\frac{R}{v^2} = \frac{3}{20^2} = 0,0075$

28a $E \propto v^2$ en $E \propto m$

b $v \propto \sqrt{E}$ en $v \propto \sqrt{\frac{1}{m}}$

c De hoeveelheid kinetische energie wordt $2 \cdot 3^2 = 18$ maal zo groot.

Bladzijde 119

29a Het gewicht van de tijger is $(\frac{180}{45})^3 \cdot 4 = 256$ kg

b Bij gelijke vorm zou de oppervlakte van de dwarsdoorsnede van de poten $4^2 = 16$ maal zo groot zijn, terwijl deze poten een $4^3 = 64$ maal zo groot gewicht moeten dragen ; daarom zijn de poten van een tijger naar verhouding dikker.

c Een tijger heeft meer last van de kou want de vacht van een tijger is $4^2 = 16$ maal zo groot als de vacht van een poes.

30a $V \propto d$, dus bij een twee maal zo dikke muur moet de windsnelheid tweemaal zo groot zijn. $V \propto \frac{1}{\sqrt{h}}$, dus bij een vier maal zo lage muur moet de windsnelheid tweemaal zo groot zijn.

b $V \propto \frac{1}{\sqrt{h}}$; de evenredigheidsconstante is 85

c $51 = 170 \cdot \frac{d}{\sqrt{1}}$; hieruit volgt $d = \frac{51}{170} = 0,3$ meter

d $V \propto d$; de evenredigheidsconstante is 85.

e De grafiek is een rechte lijn door de oorsprong.

f $V \propto \frac{1}{\sqrt{h}}$, dus als V bijvoorbeeld 2 maal zo groot wordt, dan wordt h $2^2 = 4$ maal zo klein.

g Er hoeft niets te gebeuren want $\frac{2}{\sqrt{4}} = 1$

h $50 = 170 \cdot \frac{0,25}{\sqrt{h}}$; hieruit volgt: $h = (\frac{170 \cdot 0,25}{50})^2 = 0,7225$; dus de muur is 72,25 cm hoog.

Bladzijde 122

T-1 Rechte lijn door de oorsprong en A en B langs de assen: grafiek 3; rechte lijn door de oorsprong en $\frac{1}{A}$ en B langs de assen: grafiek 2 ; grafiek 1 hoort bij : A en B zijn niet evenredig

T-2 $(\frac{480}{32})^3 \cdot 18 = 60\,750$ kg

T-3a $A \propto \sqrt{G}$; $\frac{500}{600} = \frac{5}{6}$

b $A = \frac{5}{6} \cdot \sqrt{360\,000} = 500 \text{ m}^2$

c $A = \frac{5}{6} \cdot \sqrt{8} \approx 2{,}36 \text{ m}^2$

d Als G 2 maal zo groot wordt, dan wordt A $\sqrt{2}$ maal zo groot.

e Draagvermogen van het model: $\frac{480\,000}{4^2} = 30\,000$ kg.

Bladzijde 123

T-4a Totale zuurstofgebruik is constant: als L bijvoorbeeld 2 keer zo groot wordt, dan wordt Z 2 keer zo klein.

b Een neushoorn gebruikt het meest: $0{,}055 \cdot 2400 = 132$ ml/km.

c

	hazelmuis	*hond*	*leeuw*	*giraf*	*neushoorn*
Z	2,321	0,271	0,126	0,084	0,055
L	0,032	20	220	680	2400
$L \cdot Z^3$	0,400	0,398	0,440	0,403	0,399

In de tabel is te zien, dat $L \cdot Z^3 \approx 0{,}4$, dus $L \propto \frac{1}{Z^3}$ met een evenredigheidsconstante van ongeveer 0,4.

d Gewicht van de gnoe is $2^3 = 8$ keer zo klein : 300 kg.

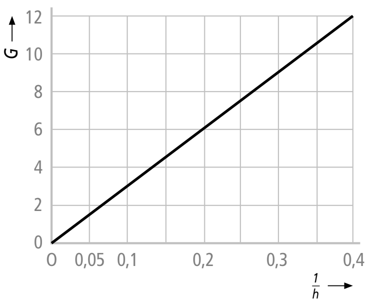
e $L_{\text{buffel}} = 3 \cdot L_{\text{antilope}}$; hieruit volgt $3 \cdot 0{,}04 \cdot \frac{1}{(Z_{\text{antilope}})^3} = 0{,}04 \cdot \frac{1}{(Z_{\text{buffel}})^3}$;

dan geldt $(Z_{\text{antilope}})^3 = 3 \cdot (Z_{\text{buffel}})^3$, dus $Z_{\text{antilope}} = \sqrt[3]{3} \cdot Z_{\text{buffel}}$

T-5a,b

G	10	8	6	4	2
h	3	3,75	5	7,5	15
$G \cdot h$	30	30	30	30	30

Uit de tabel is af te lezen, dat $G \cdot h$ constant is en daaruit volgt, dat G en h omgekeerd evenredig zijn.



c G wordt 4 maal zo klein, dus z wordt twee maal zo klein.

d Als h f maal zo groot wordt, dan wordt G f maal zo klein; uit $G = z^2$ volgt dan dat z $\sqrt{f}$ maal zo klein wordt, dus $h \propto \frac{1}{z^2}$ uit $G \cdot h = 30$ volgt $z^2 \cdot h = 30$, dus $h = 30 \cdot \frac{1}{z^2}$; de evenredigheidsconstante is 30.

T-6a $P \propto Q$ want als Q f maal zo groot wordt, dan wordt P ook f maal zo groot; $P \propto R$ want als R f maal zo groot wordt, dan wordt P ook f maal zo groot; $P \propto \frac{1}{S^2}$ want in alle genoemde gevallen geldt: $P \cdot S^2 \approx 640$.

b Uit $P = c_1 \cdot Q$ en $P = c_2 \cdot R$ volgt $P^2 = (c_1 \cdot c_2) \cdot Q \cdot R$, dus $P^2 \propto Q \cdot R$

c Uit $P^2 = (c_1 \cdot c_2) \cdot Q \cdot R$ volgt $P = c_3 \cdot \sqrt{Q \cdot R}$; uit $P \propto \frac{1}{S^2}$ volgt $P = c_4 \cdot \frac{1}{S^2}$; dus

$P^2 = \frac{c_3}{c_4} \cdot \frac{\sqrt{Q \cdot R}}{S^2}$; hieruit volgt $P^2 \propto \frac{\sqrt{Q \cdot R}}{S^2}$

d $\dfrac{10^2}{\dfrac{\sqrt{15 \cdot 2{,}25}}{8{,}00^2}} \approx 1101{,}6$; de evenredigheidsconstante is ongeveer 1101,6.

e $\frac{\sqrt{2 \cdot 2}}{2^2} = \frac{1}{2} = (\frac{1}{\sqrt{2}})^2$; hieruit volgt, dat P $\sqrt{2}$ maal zo klein wordt.