Hoofdstuk 6 - Regels voor differentiëren

6.1 Differentiëren

bladzijde 118

1a $f'(x) = -3$

b $p'(q) = 24q^5 + 10q^3$

c $\dfrac{dk}{dp} = -3p^2 - 1,5$

2a $g(t) = 3t(t - 2t^3) = 3t^2 - 6t^4$, $g'(t) = 6t - 24t^3$

b $k = (u^2 - 1)(u^2 + 1) = u^4 + u^2 - u^2 - 1 = u^4 - 1$, $\dfrac{dk}{du} = 4u^3$

3a $f(x) = 4 \cdot x^{-5}$, $f'(x) = -20x^{-6} = -\dfrac{20}{x^6}$

b $g(x) = -5 \cdot x^{\frac{1}{2}} + 3$, $g'(x) = -2\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = -\dfrac{2\frac{1}{2}}{\sqrt{x}} = -\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$

c $h(x) = 2x^{\frac{1}{2}}(x - x^{\frac{1}{2}}) = 2x^{1\frac{1}{2}} - 2x$, $h'(x) = 3x^{\frac{1}{2}} - 2 = 3\sqrt{x} - 2$

4a $A = -4t^8 + (3t)^{-1} = -4t^8 + \tfrac{1}{3}t^{-1}$, $\dfrac{dA}{dt} = -32t^7 - \tfrac{1}{3} \cdot t^{-2} = -32t^7 - \dfrac{1}{3t^2}$

b $P = 72Q^{\frac{1}{2}} + 13Q^3$, $\dfrac{dP}{dQ} = 36Q^{-\frac{1}{2}} + 39Q^2 = \dfrac{36}{\sqrt{Q}} + 39Q^2$

c $R = u^{-3}(2u^{-1} - u^4) = 2u^{-4} - u$, $\dfrac{dR}{du} = -8u^{-5} - 1 = -\dfrac{8}{u^5} - 1$

bladzijde 119

5a $u = x^2 - 5$ en $y = u^6$, $\dfrac{du}{dx} = 2x$ en $\dfrac{dy}{du} = 6u^5$

$f'(x) = 2x \cdot 6u^5 = 2x \cdot 6(x^2 - 5)^5 = 12x(x^2 - 5)^5$

b $u = 3 - 4t$ en $y = u^{3,7}$, $\dfrac{du}{dt} = -4$ en $\dfrac{dy}{du} = 3,7u^{2,7}$,

$h'(t) = -4 \cdot 3,7u^{2,7} = -14,8u^{2,7} = -14,8(3 - 4t)^{2,7}$.

c $u = 24q^{3,5} + 3q$ en $y = u^4$, $\dfrac{du}{dq} = 84q^{2,5} + 3$ en $\dfrac{dy}{du} = 4u^3$,

$P'(q) = (84q^{2,5} + 3) \cdot 4u^3 = 4 \cdot (84q^{2,5} + 3)(24q^{3,5} + 3q)^3$.

d $u = 4x^3 - x$ en $y = u^{\frac{1}{2}}$, $\dfrac{du}{dx} = 12x^2 - 1$ en $\dfrac{dy}{du} = \tfrac{1}{2}u^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{u}}$,

$g'(x) = (12x^2 - 1) \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{u}} = \dfrac{12x^2 - 1}{2\sqrt{4x^3 - x}}$.

6a $f(x) = 0$ oplossen

$-\tfrac{1}{10}x^4 + 8 = 0$

$-\tfrac{1}{10}x^4 = -8$

$x^4 = 80$

$x = \sqrt[4]{80}$ of $x = -\sqrt[4]{80}$ dus $x \approx 2,99$ of $x \approx -2,99$

De snijpunten met de x-as zijn (2,99; 0) en (–2,99; 0)

b $BC = -\tfrac{1}{10}p^4 + 8$

c $f_{opp.}(p) = l \cdot b = (-\frac{1}{10}p^4 + 8) \cdot 2p = -\frac{1}{5}p^5 + 16p$

d $f_{omtrek}(p) = 2l + 2b = 2(-\frac{1}{10}p^4 + 8) + 2 \cdot 2p = -\frac{1}{5}p^4 + 16 + 4p$

e Rechthoek met grootste oppervlakte: $f'_{opp.}(p) = 0$ oplossen

$f'_{opp.}(p) = -p^4 + 16$

$-p^4 + 16 = 0$

$-p^4 = -16$

$p^4 = 16$

$p = \sqrt[4]{16}$ of $p = -\sqrt[4]{16}$

In deze situatie geldt $p = \sqrt[4]{16} = 2$.
Rechthoek met grootste omtrek: $f'_{omtrek}(p) = 0$ oplossen

$f'_{omtrek}(p) = -\frac{8}{10}p^3 + 4$

$-\frac{8}{10}p^3 + 4 = 0$

$-\frac{8}{10}p^3 = -4$

$p^3 = \dfrac{-4}{-\frac{8}{10}} = 5$

$p = \sqrt[3]{5} \approx 1,71$

Conclusie: de p-waarden zijn verschillend, dus de rechthoek met de grootste oppervlakte valt niet samen met de rechthoek met de grootste omtrek.

7a Manier 1:
$f(x) = (-2x+4)(-2x+4) = 4x^2 - 8x - 8x + 16 = 4x^2 - 16x + 16$, $f'(x) = 8x - 16$.
Manier 2:

$u = -2x + 4$ en $y = u^2$, $\dfrac{du}{dx} = -2$ en $\dfrac{dy}{du} = 2u$,

$f'(x) = -2 \cdot 2u = -4u = -4(-2x+4) = 8x - 16$.
Conclusie: beide manieren leiden tot dezelfde uitkomst.

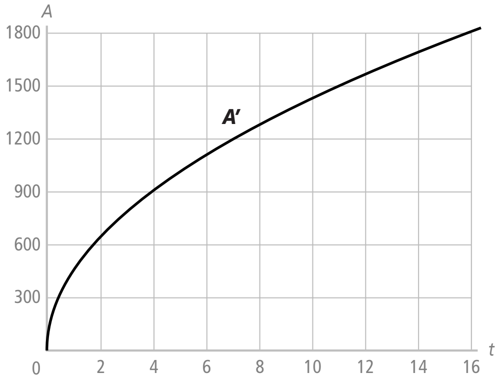
b Manier 1:
$g(x) = (\frac{1}{2}x+4)(\frac{1}{2}x+4)(\frac{1}{2}x+4) = (\frac{1}{4}x^2 + 2x + 2x + 16)(\frac{1}{2}x+4)$
$= (\frac{1}{4}x^2 + 4x + 16)(\frac{1}{2}x + 4) = \frac{1}{8}x^3 + x^2 + 2x^2 + 16x + 8x + 64$
$= \frac{1}{8}x^3 + 3x^2 + 24x + 64$
$g'(x) = \frac{3}{8}x^2 + 6x + 24$

Manier 2:

$u = \frac{1}{2}x + 4$ en $y = u^3$, $\dfrac{du}{dx} = \frac{1}{2}$ en $\dfrac{dy}{du} = 3u^2$

$g'(x) = \frac{1}{2} \cdot 3u^2 = 1\frac{1}{2}(\frac{1}{2}x+4)^2 = 1\frac{1}{2}(\frac{1}{4}x^2 + 4x + 16) = \frac{3}{8}x^2 + 6x + 24$
Conclusie: beide manieren leiden tot dezelfde uitkomst.

8a $A(t) = 300t^{1\frac{1}{2}}$, $A'(t) = 450t^{\frac{1}{2}} = 450\sqrt{t}$



b $A'(t) > 2700$ oplossen
$A'(t) = 2700$ oplossen met behulp van de rekenmachine: $Y1 = 450\sqrt{(X)}$ en
$Y2 = 2700$ plotten met window Xmin = 0, Xmax = 60, Ymin = 0 en Ymax = 4000.
De opties Calc en Intersect leveren dan het tijdstip: $t = 36$. Dus na 36 weken is de snelheid waarmee geloosd wordt groter dan de snelheid waarmee het afval wordt afgebroken.

6.2 De tweede afgeleide

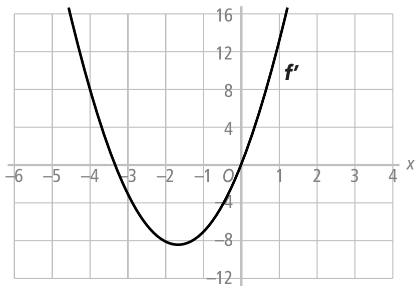
bladzijde 120

9a $f'(x) = 3x^2 + 10x$

b De grafiek van f daalt als $f'(x) < 0$. $f'(x) = 0$ oplossen levert:
$3x^2 + 10x = 0$
$x(3x + 10) = 0$
$x = 0$ of $3x + 10 = 0$, waaruit volgt $3x = -10$ en dus $x = -\frac{10}{3} = -3\frac{1}{3}$.
$f'(x) < 0$ als $-3\frac{1}{3} < x < 0$, dus f daalt als $-3\frac{1}{3} < x < 0$.

c Als je de grafiek van *f* bekijkt, zie je dat er in het begin sprake is van toenemende daling, daarna is er sprake van afnemende daling.

d



Als $f'(x)$ een minimum heeft is $f''(x) = 0$. $f''(x) = 6x + 10$ en $6x + 10 = 0$ als $6x = -10$ en dus $x = -\frac{10}{6} = -1\frac{2}{3}$. Dus $f'(x)$ heeft een minimum voor $x = -1\frac{2}{3}$.

e Als $f'(x)$ een minimum heeft, betekent dit dat de helling van f voor die waarde van x het kleinst is.

f Je kunt de uiterste waarde van $f'(x)$ berekenen door eerst $f''(x) = 0$ op te lossen.

bladzijde 121

10a De grafiek van *f* is dalend als $f'(x) < 0$.
$f'(x) = 3x^2 - 12x - 36$ en vervolgens $f'(x) = 0$ oplossen levert:
$3x^2 - 12x - 36 = 0$
$x^2 - 4x - 12 = 0$
$(x-6)(x+2) = 0$
$x - 6 = 0$ of $x + 2 = 0$ en dus $x = 6$ of $x = -2$
$f'(x) < 0$ op het interval $\langle -2, 6\rangle$, dus de grafiek van *f* is dalend op het interval $\langle -2, 6\rangle$.

b De grafiek van *f* is afnemend dalend als $f'(x) < 0$ en $f''(x) > 0$.
$f'(x) < 0$ op het interval $\langle -2, 6\rangle$.
$f''(x) = 6x - 12$ en $6x - 12 = 0$ als $6x = 12$ en dus als $x = 2$.
$f''(x) > 0$ op het interval $\langle 2, \rightarrow\rangle$.
De grafiek van *f* is dus afnemend dalend op het interval $\langle 2, 6\rangle$.

11a $g'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2 = (4x+2)(x^2 - 2x + 1) = (4x+2)(x-1)^2$

b $g'(x) = 0$ oplossen.
$(4x+2)(x-1)^2 = 0$, dus $4x + 2 = 0$ of $(x-1)^2 = 0$, waaruit volgt $4x = -2$ of $x - 1 = 0$ en dus $x = -\frac{1}{2}$ of $x = 1$.

c Voor de uiterste waarden geldt $g'(x) = 0$. Met opdracht b volgen de toppen $(-\frac{1}{2}, -\frac{11}{16})$ en $(1, 1)$.

d $g''(x) = 12x^2 - 12x$

e $g''(x) = 0$ oplossen.
$12x^2 - 12x = 0$
$12x(x-1) = 0$
$12x = 0$ of $x - 1 = 0$ en dus $x = 0$ of $x = 1$

f $(0, 0)$ en $(1, 1)$ noem je buigpunten.

12a $h'(x) = \frac{4}{12}x^3 - 3x^2 + 8x$ en $h''(x) = x^2 - 6x + 8$

b Als *h* een uiterste waarde heeft is $h'(x) = 0$.
$\frac{4}{12}x^3 - 3x^2 + 8x = 0$
$x(\frac{1}{3}x^2 - 3x + 8) = 0$
$x(x^2 - 9x + 24) = 0$
$x = 0$ of $x^2 - 9x + 24 = 0$
$x = 0$ of $D = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 24 = -15$
De discriminant is kleiner dan nul, dus dat deel van de vergelijking levert geen oplossing.
De uiterste waarde is $h(0) = 0$.

c Als *h* een buigpunt heeft is $h''(x) = 0$.
$x^2 - 6x + 8 = 0$
$(x-2)(x-4) = 0$
$x - 2 = 0$ of $x - 4 = 0$ en dus $x = 2$ of $x = 4$
De buigpunten zijn dus $(2, 9\frac{1}{3})$ en $(4, 21\frac{1}{3})$.

d Buigpunt 1:
$y = ax + b$ met $a = h'(2) = 6\frac{2}{3}$. Invullen van de coördinaten van het buigpunt geeft $9\frac{1}{3} = 6\frac{2}{3} \cdot 2 + b$ en dus $b = 9\frac{1}{3} - 13\frac{1}{3} = -4$. Samen geeft dit $y = 6\frac{2}{3}x - 4$.

Buigpunt 2:
$y = ax + b$ met $a = h'(4) = 5\frac{1}{3}$. Invullen van de coördinaten van het buigpunt geeft $21\frac{1}{3} = 5\frac{1}{3} \cdot 4 + b$ en dus $b = 21\frac{1}{3} - 21\frac{1}{3} = 0$. Samen geeft dit $y = 5\frac{1}{3}x$.

13a 1. Onjuist, want $f'(x) \neq 0$ voor $x = -1$.
2. Onjuist, zie 1.
3. Juist, $f'(x)$ heeft een minimum voor $x = -1$, dat wil zeggen $f''(x) = 0$ voor $x = -1$ en
dus heeft de grafiek van *f* een buigpunt bij $x = -1$.

b Voor $x = -3$ heeft $f(x)$ een maximum, want $f'(x)$ verandert daar van positief naar negatief, dat wil zeggen de grafiek van *f* gaat van stijgend naar dalend.
Voor $x = 1$ heeft $f(x)$ een minimum, want $f'(x)$ verandert daar van negatief naar positief, dat wil zeggen de grafiek van *f* gaat van dalend naar stijgend.

c Je moet een functievoorschrift vinden dat na differentiëren $f'(x)$ oplevert.
Dus $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - 6x + c$. De constante *c* kun je toevoegen, omdat het differentiëren van een constante nul oplevert.

d $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - 6x + c$
$f(3) = 1$ dus $\frac{2}{3} \cdot 27 + 2 \cdot 9 - 18 + c = 1$, hieruit volgt $18 + c = 1$,
dus $c = -17$ en is $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - 6x - 17$.

6.3 De productregel

bladzijde 122

14a $p'(x) = 2x + 3$

$q(x) = (2x+4)^{\frac{1}{2}}$ en dus $q'(x) = \frac{1}{2}(2x+4)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2 = \dfrac{1}{\sqrt{2x+4}}$.

b Voer in je rekenmachine in: $Y1 = (X \wedge 2 + 3X)\sqrt{(2X+4)}$. Daarna bereken je met de opties calc en d*y*/d*x* de waarde van $g'(6)$. Er geldt $g'(6) = 73,5$.

$p'(6) \cdot q'(6) = 15 \cdot \dfrac{1}{\sqrt{16}} = 15 \cdot \frac{1}{4} = 3\frac{3}{4}$.

Deze antwoorden zijn niet gelijk aan elkaar.

15a $p^2 = (4x+5)^2$
$(p^2)' = 2 \cdot (4x+5) \cdot 4 = 2p \cdot p'$

b $p^3 = (4x+5)^3$
$(p^3)' = 3 \cdot (4x+5)^2 \cdot 4 = 3p^2 \cdot p'$

c $q^5 = (x^2+2x)^5$
$(q^5)' = 5 \cdot (x^2+2x)^4 \cdot (2x+2) = 5q^4 \cdot q'$

d $(p+q)^4 = (4x+5+x^2+2x)^4$
$((p+q)^4)' = 4 \cdot (4x+5+x^2+2x)^3 \cdot (4+2x+2) = 4 \cdot (p+q)^3 \cdot (p'+q')$

16a $(p+q)^2 = (p+q)(p+q) = p^2 + pq + qp + q^2 = p^2 + 2pq + q^2$

b Linkerterm: $((p+q)^2)' = 2 \cdot (p+q) \cdot (p'+q')$
Rechterterm: $(p^2 + 2pq + q^2)' = (p^2)' + (2pq)' + (q^2)' = 2p \cdot p' + 2(pq)' + 2q \cdot q'$
Gelijkstellen levert $2 \cdot (p+q) \cdot (p'+q') = 2p \cdot p' + 2(pq)' + 2q \cdot q'$.

c $2\cdot(p+q)\cdot\ (p'+q')=2p\cdot\ p'+2(pq)'+2q\cdot\ q'$
$(p+q)\cdot\ (p'+q')=p\cdot\ p'+(pq)'+q\cdot\ q'$
$p\cdot\ p'+p\cdot\ q'+q\cdot\ p'+q\cdot\ q'=p\cdot\ p'+(pq)'+q\cdot\ q'$
$p\cdot\ q'+q\cdot\ p'=(pq)'$
$(pq)'=p\cdot\ q'+q\cdot\ p'$

bladzijde 123

17a $f'(x)=3\cdot(2x^2-7)+(3x+8)\cdot 4x=6x^2-21+12x^2+32x=18x^2+32x-21$
b $g'(x)=6x\cdot(2x-6)+3x^2\cdot 2=12x^2-36x+6x^2=18x^2-36x$
c $h(x)=(2x)^{\frac{1}{2}}(x^2)=2^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{2}}(x^2)=\sqrt{2}\cdot x^{2\frac{1}{2}}$; $h'(x)=\sqrt{2}\cdot 2\tfrac{1}{2}\cdot x^{1\frac{1}{2}}=\sqrt{2}\cdot 2\tfrac{1}{2}\cdot x\sqrt{x}$
d $j(x)=(x+2)(x+1)^{\frac{1}{2}}$; $j'(x)=1\cdot(x+1)^{\frac{1}{2}}+(x+2)\cdot\tfrac{1}{2}(x+1)^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{x+1}+\dfrac{x+2}{2\sqrt{x+1}}$

18a $f'(x)=2x\cdot\ (x^3-2)+(x^2+6)\cdot\ 3x^2=2x^4-4x+3x^4+18x^2=5x^4+18x^2-4x$
b $f(x)=(x^2+6)(x^3-2)=x^5-2x^2+6x^3-12$ en dus
$f'(x)=5x^4-4x+18x^2=5x^4+18x^2-4x$
c Beide uitkomsten zijn gelijk.
d Manier 1: $g(x)=(x^{1\frac{1}{2}}-5)(x^{\frac{1}{2}}+5)$ en dus
$g'(x)=1\tfrac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}\cdot\ (x^{\frac{1}{2}}+5)+(x^{1\frac{1}{2}}-5)\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=1\tfrac{1}{2}x+7\tfrac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}+\tfrac{1}{2}x-2\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=2x+7\tfrac{1}{2}\sqrt{x}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$
Manier 2: $g(x)=(x^{1\frac{1}{2}}-5)(x^{\frac{1}{2}}+5)=(x^2+5x^{1\frac{1}{2}}-5x^{\frac{1}{2}}-25$ en dus
$g'(x)=2x+7\tfrac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}-2\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=2x+7\tfrac{1}{2}\sqrt{x}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}$.
Beide uitkomsten zijn gelijk.

19a Met de productregel:
$f'(x)=(-4x-1)(3x^3-4)+(-2x^2-x)9x^2=-12x^4+16x-3x^3+4-18x^4-9x^3$
$=-30x^4-12x^3+16x+4$
Met haakjes wegwerken:
$f(x)=(-2x^2-x)(3x^3-4)=-6x^5+8x^2-3x^4+4x$ en dus
$f'(x)=-30x^4+16x-12x^3+4=-30x^4-12x^3+16x+4$
b Met de productregel:
$\dfrac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}q}=1\cdot\ (4-3q-q^3)+(q-1)(-3-3q^2)=4-3q-q^3-3q-3q^3+3+3q^2=-4q^3+3q^2-6q+7$
Met haakjes wegwerken:
$K=(q-1)(4-3q-q^3)=4q-3q^2-q^4-4+3q+q^3=-q^4+q^3-3q^2+7q-4$ en dus
$\dfrac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}q}=-4q^3+3q^2-6q+7$
c Met de productregel:
$g'(x)=2x\cdot\sqrt{1-x}+(x^2-1)\cdot\ \tfrac{1}{2}(1-x)^{-\frac{1}{2}}\cdot\ -1=2x\cdot\sqrt{1-x}-\dfrac{x^2-1}{2\sqrt{1-x}}$
Haakjes wegwerken kan bij deze opdracht niet.

20a $f'(x) = (2x+3)\sqrt{2x+4} + (x^2+3x) \cdot \frac{1}{2}(2x+4)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2 = (2x+3)\sqrt{2x+4} + \dfrac{x^2+3x}{\sqrt{2x+4}}$

b $f'(6) = 15 \cdot \sqrt{16} + 54 \cdot \dfrac{1}{\sqrt{16}} = 73{,}5$, dit klopt met opdracht 14b.

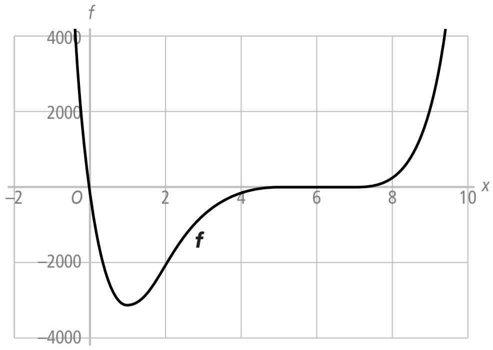
21a $f'(x) = 1 \cdot (x-6)^5 + x \cdot 5(x-6)^4 \cdot 1 = (x-6)^5 + 5x(x-6)^4 = (x-6)^4(x-6+5x) = (x-6)^4(6x-6)$

b $f'(x) = 0$ oplossen
$(x-6)^4(6x-6) = 0$, dus $(x-6)^4 = 0$ of $6x-6=0$, waaruit volgt $x-6=0$ of $6x=6$
en dus $x=6$ of $x=1$.
Dit levert de punten (6, 0) en (1, –3125), dus $f(1) = -3125$ is minimum van $f(x)$.

c $f''(x) = 4(x-6)^3 \cdot 1 \cdot (6x-6) + (x-6)^4 \cdot 6 = 4(x-6)^3(6x-6) + 6(x-6)^4$
$= (x-6)^3(4(6x-6)+6(x-6)) = (x-6)^3(24x-24+6x-36) = (x-6)^3(30x-60)$

d $f''(x) = 0$ oplossen
$(x-6)^3(30x-60) = 0$, dus $(x-6)^3 = 0$ of $30x-60=0$, waaruit volgt $x-6=0$ of
$30x = 60$ en dus $x=6$ of $x=2$.
Dit geeft de buigpunten (6, 0) en $(2, -2048)$.

e



Het minimum van de grafiek van *f* is (1, –3125).
Als je de grafiek 3125 omhoog schuift, raakt de grafiek de *x*-as, dus $a = 3125$.
En voor $a = 0$ is er ook sprake van raken!

22a $f_a'(x) = 2(x-a) \cdot 1(x+a) + (x-a)^2 \cdot 1 = 2(x-a)(x+a) + (x-a)^2$
$= (x-a)(2(x+a)+(x-a)) = (x-a)(2x+2a+x-a) = (x-a)(3x+a)$

b $f_a'(x) = 0$ oplossen
$(x-a)(3x+a) = 0$, dus $x-a=0$ of $3x+a=0$, waaruit volgt $x=a$ of $3x=-a$ en
dus $x = -\frac{1}{3}a$
$f_a(a) = (a-a)^2(a+a) = 0$ geeft de top $(a, 0)$
$f_a(-\frac{1}{3}a) = (-\frac{1}{3}a-a)^2(-\frac{1}{3}a+a) = (-\frac{4}{3}a)^2 \cdot \frac{2}{3}a = \frac{16}{9}a^2 \cdot \frac{2}{3}a = \frac{32}{27}a^3$ geeft top
$(-\frac{1}{3}a, \frac{32}{27}a^3)$.

c $f_a'(x) = (x-a)(3x+a) = 3x^2 - 2ax - a^2$
$f_a''(x) = 6x - 2a$

d $f_a''(x) = 0$ oplossen, dat wil zeggen $6x-2a=0$ oplossen. Dit geeft $6x = 2a$ en dus
$x = \frac{1}{3}a$.
$f_a(\frac{1}{3}a) = (\frac{1}{3}a-a)^2(\frac{1}{3}a+a) = (-\frac{2}{3}a)^2 \cdot \frac{4}{3}a = \frac{4}{9}a^2 \cdot \frac{4}{3}a = \frac{16}{27}a^3$ geeft buigpunt
$(\frac{1}{3}a, \frac{16}{27}a^3)$.

6.4 De quotiëntregel

bladzijde 124

23a $f(x)=\frac{7x^2+2}{x}=\frac{7x^2}{x}+\frac{2}{x}=7x+2x^{-1}$; $f'(x)=7+2\cdot\ -1x^{-2}=7-\frac{2}{x^2}$

b $g(x)=\frac{x^3-x}{x^3}=\frac{x^3}{x^3}-\frac{x}{x^3}=1-\frac{1}{x^2}=1-x^{-2}$; $g'(x)=--2x^{-3}=\frac{2}{x^3}$

24 $f'(x)=1\cdot\ (x+2)^{-1}+x\cdot\ -1(x+2)^{-2}=\frac{1}{x+2}-\frac{x}{(x+2)^2}=\frac{x+2}{(x+2)^2}-\frac{x}{(x+2)^2}=\frac{x+2-x}{(x+2)^2}$

$=\frac{2}{(x+2)^2}$

25a $f(x)=p(x)(2x^2+1)^{-1}$

$f'(x)=p'(x)\cdot(2x^2+3)^{-1}+p(x)\cdot\ -1(2x^2+3)^{-2}\cdot\ 4x=\frac{p'(x)}{2x^2+3}-\frac{4x\cdot p(x)}{(2x^2+3)^2}$

$=\frac{(2x^2+3)\cdot p'(x)}{(2x^2+3)^2}-\frac{4x\cdot p(x)}{(2x^2+3)^2}=\frac{(2x^2+3)\cdot p'(x)-4x\cdot p(x)}{(2x^2+3)^2}$

b $f(x)=p(x)\cdot\ q(x)^{-1}$

$f'(x)=p'(x)\cdot\ q(x)^{-1}+p(x)\cdot\ -1\cdot\ q(x)^{-2}\cdot\ q'(x)=\frac{p'(x)}{q(x)}-\frac{p(x)\cdot\ q'(x)}{q(x)^2}$

$=\frac{p'(x)\cdot\ q(x)}{q(x)^2}-\frac{p(x)\cdot\ q'(x)}{q(x)^2}=\frac{p'(x)\cdot\ q(x)-p(x)\cdot\ q'(x)}{q(x)^2}$

bladzijde 125

26a $A'(x)=\frac{(x+2)\cdot\ 3-(3x-1)\cdot\ 1}{(x+2)^2}=\frac{3x+6-3x+1}{(x+2)^2}=\frac{7}{(x+2)^2}$

b $P'(q)=\frac{(q^2+3)\cdot\ 2-(2q+8)\cdot\ 2q}{(q^2+3)^2}=\frac{2q^2+6-4q^2-16q}{(q^2+3)^2}=\frac{-2q^2-16q+6}{(q^2+3)^2}$

c $f'(x)=\frac{(2-x^2)\cdot\ 0-5\cdot\ -2x}{(2-x^2)^2}=\frac{10x}{(2-x^2)^2}$

d $B'(t)=\frac{(t^2+2)\cdot\ 1-(t+1)\cdot\ 2t}{(t^2+2)^2}=\frac{t^2+2-2t^2-2t}{(t^2+2)^2}=\frac{-t^2-2t+2}{(t^2+2)^2}$

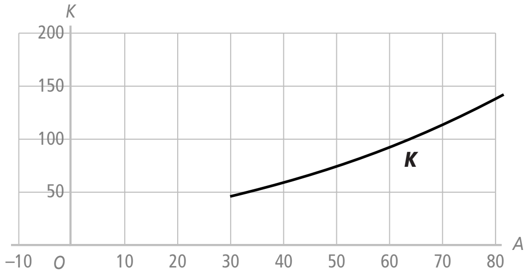
27a $A(p)=\frac{3p^2+5p}{p}=3p+5$, dus $A'(p)=3$

b $A'(p)=\frac{\sqrt{p}\cdot\ 0-1\cdot\ \frac{1}{2}\cdot\ p^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{p}^2}=\frac{-\frac{1}{2\sqrt{p}}}{p}=-\frac{1}{2p\sqrt{p}}$

c $A'(p)=\frac{(p^2-1)\cdot\ 0--7\cdot\ 2p}{(p^2-1)^2}=\frac{14p}{(p^2-1)^2}$

d $A'(p)=\frac{(p+3)\cdot\ 0-1\cdot\ 1}{(p+3)^2}=-\frac{1}{(p+3)^2}$

28a



De grafiek is stijgend, dus de kosten nemen toe als het werktempo toeneemt.

b De functie K bestaat uit een teller en noemer. Als A groter wordt, wordt de teller groter en de noemer kleiner. Als geheel wordt de uitkomst van de deling dan groter.

c $K = \dfrac{172A + 2752}{200 - A}$

$\dfrac{dK}{dA} = \dfrac{(200 - A)\cdot 172 - (172A + 2752)\cdot -1}{(200 - A)^2} = \dfrac{34400 - 172A + 172A + 2752}{(200 - A)^2} = \dfrac{37152}{(200 - A)^2}$

Als de kosten voor $A = 70$ twee keer zo snel stijgen als voor $A = 35$ moet gelden $K'(70) = 2\cdot\ K'(35)$.

$2\cdot\ K'(35) \approx 2\cdot\ 1{,}365 = 2{,}730$ en $K'(70) \approx 2{,}198$, dus de kosten stijgen niet twee keer zo snel.

29a $C'(t) = 0$ oplossen

$C'(t) = \dfrac{(t^2 + 4)\cdot\ 8 - 8t\cdot\ 2t}{(t^2 + 4)^2} = \dfrac{8t^2 + 32 - 16t^2}{(t^2 + 4)^2} = \dfrac{-8t^2 + 32}{(t^2 + 4)^2}$

$\dfrac{-8t^2 + 32}{(t^2 + 4)^2} = 0$ als $-8t^2 + 32 = 0$. Dit geeft $8t^2 = 32$, waaruit volgt $t^2 = 4$ en dus $t = 2$ of $t = -2$.

Conclusie: na twee uur is de concentratie in het bloed maximaal.

b $C'(0) = \frac{32}{16} = 2$ mg/liter per uur

c $C'(5) = \frac{-168}{841} \approx -0{,}2$ mg/liter per uur

d De concentratie van het geneesmiddel in het bloed nadert na verloop van tijd tot nul.

e Voer op je rekenmachine in:

$Y1 = (8X)/(X\,{}^\wedge 2 + 4)$ en $Y2 = 1$

Met Calc en Intersect volgt het tijdstip $t \approx 7{,}5$ uur.

Conclusie: na ongeveer 7,5 uur moet de tweede injectie worden gegeven.

6.5 Gemengde opdrachten

bladzijde 126

30a $f'(x) = 4x^3(2 - x)^3 + x^4\cdot\ 3\cdot\ (2 - x)^2\cdot\ -1 = 4x^3(2 - x)^3 - 3x^4(2 - x)^2 = (2 - x)^2(4x^3(2 - x) - 3x^4)$

$= (2 - x)^2(8x^3 - 4x^4 - 3x^4) = (2 - x)^2(-7x^4 + 8x^3)$

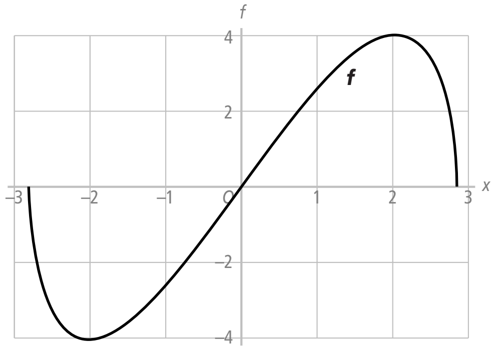
b $g'(x) = \dfrac{(x^2 + 25)\cdot\ 1 - x\cdot\ 2x}{(x^2 + 25)^2} = \dfrac{x^2 + 25 - 2x^2}{(x^2 + 25)^2} = \dfrac{-x^2 + 25}{(x^2 + 25)^2}$

c $h(x) = (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{2}}$; $h'(x) = \frac{1}{2}(x^2 + x + 1)^{-\frac{1}{2}}\cdot\ (2x + 1) = \dfrac{2x + 1}{2\sqrt{x^2 + x + 1}}$

d $k(x) = \dfrac{(2x)^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{2^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$; $k'(x) = 0$

31a Er moet gelden $8-x^2>0$. Uit $8-x^2=0$ volgt $x^2=8$ en dus $x=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ en $x=-\sqrt{8}=-2\sqrt{2}$.
Het domein van *f* is het interval $[-2\sqrt{2},\ 2\sqrt{2}]$.

b



c $f(x)=x(8-x^2)^{\frac{1}{2}}$ en dus
$f'(x)=1\cdot\ (8-x^2)^{\frac{1}{2}}+x\cdot\ \frac{1}{2}(8-x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot\ -2x=\sqrt{8-x^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{8-x^2}}$

d Voor de toppen van *f* geldt $f'(x)=0$.

$$f'(x)=\sqrt{8-x^2}-\frac{x^2}{\sqrt{8-x^2}}=\frac{\sqrt{8-x^2}\sqrt{8-x^2}}{\sqrt{8-x^2}}-\frac{x^2}{\sqrt{8-x^2}}=\frac{8-x^2}{\sqrt{8-x^2}}-\frac{x^2}{\sqrt{8-x^2}}$$
$$=\frac{8-x^2-x^2}{\sqrt{8-x^2}}=\frac{8-2x^2}{\sqrt{8-x^2}}$$

$f'(x)=0$ als $8-2x^2=0$. Dit levert $x^2=4$ en dus $x=2$ of $x=-2$.

Dit geeft de toppen $(2,4)$ en $(-2,-4)$.

32a Om de tijd te berekenen gebruik je $T=\dfrac{s}{v}$.
De afstand *s* is de lengte van de auto plus de remweg *r*, dus $s=4+\frac{1}{8}v^2$.
Invullen levert $T=\dfrac{4+\frac{1}{8}v^2}{v}=\dfrac{32+v^2}{8v}$.

b Met behulp van een verhoudingstabel:

1 auto	T seconden
A auto's	1 seconde

Per seconde passeren er dus $A=\dfrac{1}{T}$ auto's.

c $A'(T)=0$ oplossen.

$$A=\frac{1}{T}=\frac{1}{\frac{32+v^2}{8v}}=\frac{8v}{32+v^2}$$

$$A'(T)=\frac{(32+v^2)\cdot\ 8-8v\cdot\ 2v}{(32+v^2)^2}=\frac{256+8v^2-16v^2}{(32+v^2)^2}=\frac{256-8v^2}{(32+v^2)^2}$$

Dan is $A'(T)=0$ als $256-8v^2=0$.
Dit levert $8v^2=256$, waaruit volgt $v^2=32$ en dus $v=\sqrt{32}$ of $v=-\sqrt{32}$.
In deze situatie gaat het om $v=\sqrt{32}=4\sqrt{2}\approx 5{,}66$ m/s. Dit komt overeen met 20,36 km/uur.

33 Je moet $\frac{dP}{dR} = 0$ oplossen.

$P = I^2 \cdot R = \left(\frac{12}{R+5}\right)^2 \cdot R = \frac{12^2}{(R+5)^2} \cdot R = \frac{144R}{(R+5)^2}$

$\frac{dP}{dR} = \frac{(R+5)^2 \cdot 144 - 144R \cdot 2(R+5)}{(R+5)^4} = \frac{144(R^2+5R+5R+25) - 288R(R+5)}{(R+5)^4}$

$= \frac{144R^2 + 1440R + 3600 - 288R^2 - 1440R}{(R+5)^4} = \frac{-144R^2 + 3600}{(R+5)^4}$

$\frac{dP}{dR} = 0$ als $-144R^2 + 3600 = 0$. Dit geeft $144R^2 = 3600$, waaruit volgt $R^2 = 25$ en dus $R = 5$ of $R = -5$.

Conclusie: voor $R = 5$ is het vermogen P maximaal.

bladzijde 127

34a $y = OR + RB$

$OR = 2$

RB bepalen met behulp van de gelijkvormigheid van de driehoeken BRQ en QPA.

Er geldt $\frac{RB}{RQ} = \frac{PQ}{PA}$. Invullen levert $\frac{RB}{1} = \frac{2}{x-1}$ en dus $RB = \frac{2}{x-1}$.

Conclusie: $y = 2 + \frac{2}{x-1}$

b $S = \frac{1}{2} \cdot$ basis $\cdot$ hoogte $= \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot x \cdot y = \frac{1}{2} \cdot x \cdot (2 + \frac{2}{x-1})$

$= x + \frac{x}{x-1} = \frac{x(x-1)}{(x-1)} + \frac{x}{x-1} = \frac{x^2 - x}{(x-1)} + \frac{x}{x-1} = \frac{x^2 - x + x}{(x-1)} = \frac{x^2}{(x-1)}$

c Je moet $\frac{dS}{dx} = 0$ oplossen.

$\frac{dS}{dx} = \frac{(x-1) \cdot 2x - x^2 \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - x^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$

$\frac{dS}{dx} = 0$ als $x^2 - 2x = 0$. Dit levert $x(x-2) = 0$, waaruit volgt $x = 0$ of $x = 2$.

Er moet gelden $x \geq 1$, dus verder werken met de oplossing $x = 2$. Dit geeft $y = 2 + \frac{2}{1} = 4$.

De coördinaten $A(2, 0)$ en $B(0, 4)$ horen bij de minimale oppervlakte.

35a b is een lineaire functie en heeft dus geen uiterste waarde

l is een kwadratische functie en heeft wel een uiterste waarde

b $l'(t) = 0$ oplossen

$l'(t) = 2t - 2$, $2t - 2 = 0$ levert $2t = 2$ en dus $t = 1$.

Op tijdstip $t = 1$ heeft l een uiterste waarde, namelijk $l(1) = 1$.

c $O = l \cdot b = (t^2 - 2t + 2)(t + 2) = t^3 + 2t^2 - 2t^2 - 4t + 2t + 4 = t^3 - 2t + 4$

d $\frac{dO}{dt} = 0$ oplossen

$\frac{dO}{dt} = 3t^2 - 2$, $3t^2 - 2 = 0$ geeft $3t^2 = 2$, hieruit volgt $t^2 = \frac{2}{3}$ en dus $t = \sqrt{\frac{2}{3}}$ of $t = -\sqrt{\frac{2}{3}}$.

In deze situatie gaat het om $t = \sqrt{\frac{2}{3}}$. Op tijdstip $t = \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0,82$ heeft O een uiterste waarde, namelijk $O(0,82) \approx 1,03$.

e Nee, de tijdstippen komen niet overeen.

36a De grafiek van C plotten met window Xmin = 0, Xmax = 100, Ymin = 0 en Ymax = 5.
Dan is af te lezen dat de hoeveelheid eindproduct op den duur 2 mol wordt.

b $\frac{dC}{dt} = \frac{(3t+2) \cdot 6 - 6t \cdot 3}{(3t+2)^2} = \frac{18t+12-18t}{(3t+2)^2} = \frac{12}{(3t+2)^2}$

c De grafiek van $\frac{dC}{dt}$ plotten met window Xmin = 0, Xmax = 20, Ymin = 0 en Ymax = 3.
Dan is af te lezen dat de reactiesnelheid op den duur 0 mol/minuut wordt.

37a $g(x) = 0$ oplossen
$\frac{x^2-4x-1}{x^2} = 0$ als $x^2 - 4x - 1 = 0$.
Dit geeft $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$ en dus $x = 2 + \sqrt{20} = 2 + 2\sqrt{5}$ of
$x = 2 - \sqrt{20} = 2 - 2\sqrt{5}$.
Snijpunten: $(2+2\sqrt{5}, 0)$ en $(2-2\sqrt{5}, 0)$.

b $g(x) = 1 - \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2} = 1 - 4x^{-1} - 1x^{-2}$ en dus
$g'(x) = -4 \cdot -1x^{-2} - 1 \cdot -2x^{-3} = \frac{4}{x^2} + \frac{2}{x^3} = \frac{4x+2}{x^3}$

c $g'(x) = 0$ oplossen
$\frac{4x+2}{x^3} = 0$
$4x + 2 = 0$
$x = -\frac{1}{2}$
Dus de uiterste waarde is $g(-\frac{1}{2}) = 5$.

d $g''(x) = 0$ oplossen
$g'(x) = 4x^{-2} + 2x^{-3}$ dus is $g''(x) = 4 \cdot -2x^{-3} + 2 \cdot -3x^{-4} = -\frac{8}{x^3} - \frac{6}{x^4}$
$-\frac{8}{x^3} - \frac{6}{x^4} = 0$
$-\frac{8}{x^3} \cdot x^4 - \frac{6}{x^4} \cdot x^4 = 0 \cdot x^4$
$-8x - 6 = 0$
$x = -\frac{3}{4}$
Dus het buigpunt van g is $(-\frac{3}{4}, 4\frac{5}{9})$.

Test jezelf

bladzijde 130

T-1a $\frac{dq}{dp} = 15p^4 - \sqrt{3}$

b $z = \frac{1}{u^2}(u^4 - 4u) = u^2 - \frac{4}{u} = u^2 - 4u^{-1}$ en dus is $\frac{dz}{du} = 2u - 4 \cdot -1u^{-2} = 2u + \frac{4}{u^2}$

c $g'(t) = -7 \cdot (t^4 - 3t^3) + (3 - 7t)(4t^3 - 9t^2) = -7t^4 + 21t^3 + 12t^3 - 27t^2 - 28t^4 + 63t^3$
$= -35t^4 + 96t^3 - 27t^2$

d $f(x) = -2x^{-\frac{1}{2}} + x^{1\frac{1}{2}}$; $f'(x) = -2 \cdot -\frac{1}{2}x^{-1\frac{1}{2}} + 1\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} = x^{-1\frac{1}{2}} + 1\frac{1}{2}\sqrt{x} = \frac{1}{x\sqrt{x}} + 1\frac{1}{2}\sqrt{x}$

T-2a $f'(x) = 15x^4 - 30x^2$; $f''(x) = 60x^3 - 60x$

b $f'(x) = 0$ oplossen
$15x^4 - 30x^2 = 0$
$x^2(15x^2 - 30) = 0$
$x^2 = 0$ of $15x^2 - 30 = 0$, waaruit volgt $x = 0$ of $x^2 = 2$ waaruit volgt $x = \sqrt{2}$ of $x = -\sqrt{2}$.
Voor $x = 0$ heeft f geen top (zie grafiek), dus de toppen zijn $(-\sqrt{2},\ 5 + 8\sqrt{2})$ en $(\sqrt{2},\ 5 - 8\sqrt{2})$.

c $f''(x) = 0$ oplossen
$60x^3 - 60x = 0$
$60x(x^2 - 1) = 0$
dus $60x = 0$ of $x^2 - 1 = 0$, waaruit volgt $x = 0$ of $x = 1$ of $x = -1$.
De buigpunten zijn (–1, 12), (0, 5) en (1, –2).

d Aflezen uit de grafiek: $\langle -\sqrt{2}, -1\rangle$ en $\langle 0, 1\rangle$.

e Buigpunt 1:
$y = ax + b$ met $a = f'(-1) = -15$. Invullen van de coördinaten van het buigpunt geeft $12 = -15 \cdot -1 + b$ en dus $b = 12 - 15 = -3$. Samen geeft dit $y = -15x - 3$.
Buigpunt 2:
$y = ax + b$ met $a = f'(0) = 0$. Invullen van de coördinaten van het buigpunt geeft $5 = 0 \cdot 0 + b$ en dus $b = 5$. Samen geeft dit $y = 5$.
Buigpunt 3:
$y = ax + b$ met $a = f'(1) = -15$. Invullen van de coördinaten van het buigpunt geeft $-2 = -15 \cdot 1 + b$ en dus $b = -2 - -15 = 13$. Samen geeft dit $y = -15x + 13$.

T-3a $P'(t) = 2t(t^3 - t) + (t^2 - 4)(3t^2 - 1) = 2t^4 - 2t^2 + 3t^4 - t^2 - 12t^2 + 4 = 5t^4 - 15t^2 + 4$

b $f(x) = (x-1)(x-1)^{\frac{1}{2}} = (x-1)^{1\frac{1}{2}}$; $f'(x) = 1\tfrac{1}{2}(x-1)^{\frac{1}{2}} = 1\tfrac{1}{2}\sqrt{x-1}$

c $K'(a) = 4(4 - 3a^2) + 4a \cdot -6a = 16 - 12a^2 - 24a^2 = -36a^2 + 16$

d $Q'(p) = -2 \cdot (p - 5) + (5 - 2p) \cdot 1 = -2p + 10 + 5 - 2p = -4p + 15$

T-4a $f'(x) = \dfrac{(x-3) \cdot -1 - (-x+1) \cdot 1}{(x-3)^2} = \dfrac{-x + 3 + x - 1}{(x-3)^2} = \dfrac{2}{(x-3)^2}$

b $g'(x) = \dfrac{(x+2)(3-2x) - (3x - x^2) \cdot 1}{(x+2)^2} = \dfrac{3x - 2x^2 + 6 - 4x - 3x + x^2}{(x+2)^2} = \dfrac{-x^2 - 4x + 6}{(x+2)^2}$

c $h'(x) = \dfrac{(x^2 + x + 1)(2x - 1) - (x^2 - x + 1)(2x + 1)}{(x^2 + x + 1)^2}$
$= \dfrac{(2x^3 - x^2 + 2x^2 - x + 2x - 1) - (2x^3 + x^2 - 2x^2 - x + 2x + 1)}{(x^2 + x + 1)^2} = \dfrac{2x^2 - 2}{(x^2 + x + 1)^2}$

d $j(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x + 1} = \dfrac{(x+1)(x-1)}{x+1} = x - 1$ en dus $j'(x) = 1$ (mits $x \neq -1$).

T-5a $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3) = (x^2 + 3x + 2)(x+3) = x^3 + 3x^2 + 3x^2 + 9x + 2x + 6$
$= x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
$f'(x) = 3x^2 + 12x + 11$
$f'(0) = 3 \cdot 0 + 12 \cdot 0 + 11 = 11$
Voor $x = 0$ is de helling van de grafiek 11.

b $f'(x) = 11$ oplossen
$3x^2 + 12x + 11 = 11$
$3x^2 + 12x = 0$
$x(3x + 12) = 0$
$x = 0$ of $x = -4$
Voor $x = -4$ is de helling van de grafiek ook 11.

bladzijde 131

T-6a De heenweg is stroomopwaarts: de snelheid van Bert is wat betreft richting tegenovergesteld aan de stroomsnelheid v van de rivier. Dit levert samen als snelheid $1,5 - v$.

$\text{Tijd}_{\text{heen}} = \dfrac{\text{afstand}}{\text{snelheid}} = \dfrac{500}{1,5 - v}$

b $\text{Tijd}_{\text{terug}} = \dfrac{\text{afstand}}{\text{snelheid}} = \dfrac{500}{1,5 + v}$

$\text{Tijd}_{\text{totaal}} = T = \dfrac{500}{1,5 - v} + \dfrac{500}{1,5 + v}$

c $T(0,15) = \dfrac{500}{1,5 - 0,15} + \dfrac{500}{1,5 + 0,15} = 673,4$ seconden.

d $\dfrac{dT}{dv} = 0$ oplossen

$T = \dfrac{500}{1,5 - v} + \dfrac{500}{1,5 + v} = \dfrac{500(1,5 + v)}{(1,5 - v)(1,5 + v)} + \dfrac{500(1,5 - v)}{(1,5 + v)(1,5 - v)} = \dfrac{750 + 500v}{2,25 - v^2} + \dfrac{750 - 500v}{2,25 - v^2}$

$= \dfrac{750 + 500v + 750 - 500v}{2,25 - v^2} = \dfrac{1500}{2,25 - v^2} = 1500(2,25 - v^2)^{-1}$

$\dfrac{dT}{dv} = 1500 \cdot \; -1(2,25 - v^2)^{-2} \cdot \; -2v = \dfrac{3000v}{(2,25 - v^2)^2}$

$\dfrac{dT}{dv} = 0$ als $3000v = 0$ en dus als $v = 0$ m/s.

Conclusie: Bert is het snelst heen en terug bij stilstaand water.

T-7a $f'(x) = 4(x-1)^3 \cdot (2x+1) + (x-1)^4 \cdot \; 2 = (x-1)^3 \cdot (4(2x+1) + 2(x-1))$
$= (x-1)^3 \cdot (8x + 4 + 2x - 2) = (x-1)^3(10x + 2)$

b $f'(x) = 0$ oplossen
$(x-1)^3(10x+2) = 0$, dus $(x-1)^3 = 0$ of $10x + 2 = 0$
$x = 1$ of $x = -0,2$
De uiterste waarden zijn: $f(-0,2) = 1,24416$ en $f(1) = 0$.

c $f''(x) = 3(x-1)^2 \cdot (10x+2) + (x-1)^3 \cdot \; 10 = (x-1)^2 \cdot (3(10x+2) + 10(x-1))$
$= (x-1)^2 \cdot (30x + 6 + 10x - 10) = (x-1)^2(40x - 4)$

d $f''(x) = 0$ oplossen
$(x-1)^2(40x-4) = 0$, dus $(x-1)^2 = 0$ of $40x - 4 = 0$
$x = 1$ of $x = 0,1$

e Er is bij $x = 1$ een overgang is van afnemend dalen naar toenemend stijgen en hier hoort een minimum bij en geen buigpunt.

f Het buigpunt is (0,1; 0,79).

T-8a $V = I \cdot (R_i + R_u)$

$12 = I \cdot (5 + x)$

$I = \dfrac{12}{5+x}$

b $P = I^2 \cdot R_u = \left(\dfrac{12}{x+5}\right)^2 \cdot x = \dfrac{144x}{(x+5)^2}$

c $P'(x) = \dfrac{(x+5)^2 \cdot 144 - 144x \cdot 2(x+5)}{(x+5)^4} = \dfrac{(x+5) \cdot 144 - 288x}{(x+5)^3} = \dfrac{144x + 720 - 288x}{(x+5)^3} = \dfrac{-144x + 720}{(x+5)^3}$

d $P'(x) = 0$ oplossen

$\dfrac{-144x + 720}{(x+5)^3} = 0$ als $-144x + 720 = 0$, waaruit volgt $x = 5$.

Conclusie: $P_{\text{max}} = 7{,}2$ Watt bij $R_u = 5\ \Omega$.

T-9 $f''(2) = 0$: mogelijk buigpunt voor $x = 2$.

$f'(2) = 3$: helling is positief voor $x = 2$,

dat wil zeggen de grafiek stijgt voor $x = 2$.

$f(2) = 3$: coördinaten $(2, 3)$

$f''(0) = 0$: buigpunt voor $x = 0$.

$f'(0) = 0$: helling is nul voor $x = 0$.

$f(0) = 0$: coördinaten $(0, 0)$.