Hoofdstuk 7 - Exponentiële en logaritmische functies

7.1 Exponentiële en logaritmische getallen

bladzijde 134

1a De groeifactor per kwartaal is $1,14$.

b De groeifactor per jaar is $1,14^4 \approx 1,69$, per half jaar is de groeifactor $1,14^2 \approx 1,30$ en per maand is de groeifactor $1,14^{\frac{1}{3}} \approx 1,04$.

c Toenamepercentage per jaar: $(1,69-1)\cdot 100\% = 69\%$, per half jaar : $(1,30-1)\cdot 100\% = 30\%$ en per maand: $(1,04-1)\cdot 100\% = 4\%$.

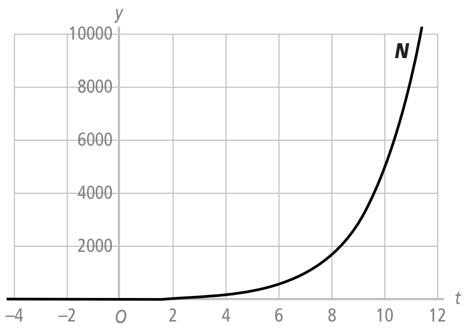
d Dan moet $1,14^{\frac{n}{3}} = 2$ en dus $n = 3\cdot\dfrac{\log 2}{\log 1,14} \approx 15,9$ dus na 16 maanden..

2 Bank B is voordeliger, want per jaar heeft bank B een iets hoger rentepercentage omdat $1,0248^2 \approx 1,05022 > 1,05$.

3 Het kan exponentieel zijn omdat y steeds met dezelfde factor wordt vermenigvuldigd.
Bepaal eerst het grondtal g. Deze is $\frac{896}{622} \approx 1,44$ per 2 stappen van x. Per stap van x is dit $1,44^{\frac{1}{2}} \approx 1,20$. Dus $g \approx 1,20$. Het beginpunt is te vinden door 432 drie keer te delen door 1,20. Dit geeft $b = 250$. Een formule is $N(t) = 250\cdot 1,20^t$.

4a De grafiek is stijgend, dit is te zien aan de groeifactor. Deze is groter dan 1.

b De asymptoot is $y = 0$.



c De exacte oplossing van $26\cdot 1,69^t = 750$ is $t = {}^{1,69}\log \frac{750}{26}$. De oplossing is: $t = \frac{\log\frac{750}{26}}{\log 1,69} \approx 6,41$.
De exacte oplossing van $26\cdot 1,69^t = 0,075$ is $t = {}^{1,69}\log \frac{0,075}{26}$.
Een benadering is: $t = \frac{\log\frac{0,075}{26}}{\log 1,69} \approx -11,15$.

d $K(t) = 20\cdot 1,3^{2t+1} = 20\cdot(1,3^2)^t\cdot 1,3^1 = 26\cdot 1,69^t$

e $A(q) = 20\cdot 0,25^{q+1} = 20\cdot 0,25^q\cdot 0,25^1 = 5\cdot 0,25^q$

$$2^t = 0,25 \Rightarrow t = {}^2\log 0,25 = \frac{\log 0,25}{\log 2} = -2$$

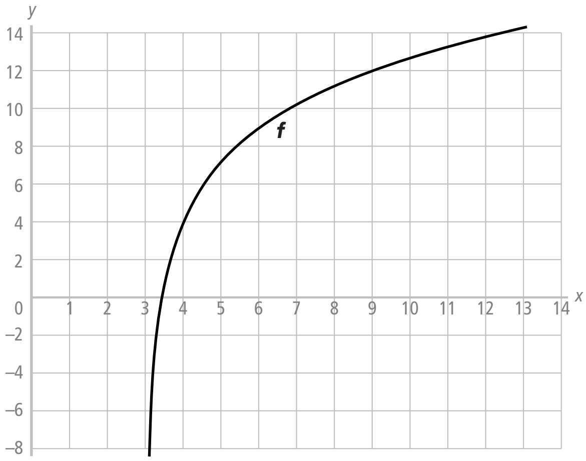
$A(q) = 5\cdot 2^{-2t}$. Dus $a = 5$ en $b = -2$.

bladzijde 135

5 $0{,}2 \cdot 3^{t-5} = N \Leftrightarrow 3^{t-5} = \frac{1}{0{,}2} N$ en dus $t - 5 = {}^{3}\log \frac{1}{0{,}2} N$ en is $t = 5 + {}^{3}\log \frac{1}{0{,}2} N$
$5 \cdot 3^{2t} - 5 = N \Leftrightarrow 5 \cdot 3^{2t} = N + 5$ en dus is $3^{2t} = \frac{5+N}{5}$ en is $2t = {}^{3}\log \frac{5+N}{5}$ zodat $t = \frac{1}{2} \cdot {}^{3}\log \frac{5+N}{5}$.

6a Uit $2 + 3 \cdot {}^{0,5}\log x = 0$ volgt ${}^{0,5}\log x = -\frac{2}{3}$ en dus is $x = 0{,}5^{-\frac{2}{3}} = 5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{25}$.
b Uit ${}^{3}\log(5 - 2x) = 0$ volgt $3^0 = 5 - 2x$ en dus is $x = 2$.

7a Voor het domein geldt $x > 3$. Nulpunt: ${}^{0,8}\log(x - 3) = 4 \Rightarrow x = 3 + 0{,}8^4 \approx 3{,}41$.
b Asymptoot: $x = 3$
c



d Stel $4 - {}^{0,8}\log(x - 3) = 2$ dan is ${}^{0,8}\log(x - 3) = 2$ en dus is $x - 3 = 0{,}8^2$.
Met behulp van de grafiek vind je $0 < x \le 0{,}64 + 3 = 3{,}64$.

8a ${}^{4}\log 3 - {}^{4}\log 5 = {}^{4}\log \frac{3}{5}$
b $2 \cdot {}^{3}\log 8 + {}^{3}\log 2 = {}^{3}\log 8^2 + {}^{3}\log 2 = {}^{3}\log 64 \cdot 2 = {}^{3}\log 128$
c Gebruik dat $5 = {}^{2}\log 32$ dan is $5 - {}^{2}\log 10 = {}^{2}\log 32 - {}^{2}\log 10 = {}^{2}\log \frac{32}{10} = {}^{2}\log 3{,}2$
d $5 \cdot {}^{2}\log 3 - 3 \cdot {}^{2}\log 5 = {}^{2}\log 3^5 - {}^{2}\log 5^3 = {}^{2}\log 243 - {}^{2}\log 125 = {}^{2}\log \frac{243}{125}$

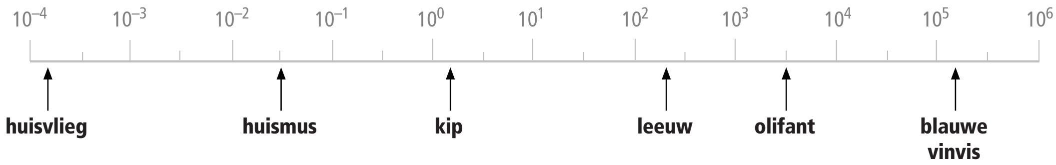
7.2 Logaritmische schalen

bladzijde 136

9a $\frac{3500}{0{,}035} = 100\,000$ keer zwaarder.
b Omdat enkele gewichten erg groot zijn en enkele andere erg klein zijn.
Het verschil is ruim de factor 100 miljoen.
c $\log 0{,}035 \approx -1{,}459 \approx -1{,}5$
d $a = {}^{10}\log 1{,}5 = \log 1{,}5 \approx 0{,}176$
e

dieren	*gewicht* in kg	*gewicht* 10^a kg
huisvlieg	0,00015	$10^{-3,8}$
huismus	0,035	$10^{-1,2}$
kip	1,5	$10^{0,2}$
leeuw	180	$10^{2,3}$
olifant	3500	$10^{3,5}$
blauwe vinvis	150000	$10^{5,2}$

f



g De afstand tussen 1 en 10 is 9, de afstand tussen 10 en 100 is 90 etc.
De exponenten van 10 nemen wel lineair toe.

10a $A = 10^{-1,5} \approx 0,03$; $B = 10^{-0,5} \approx 0,32$; $D = 10^{1,5} \approx 31,62$

b $\frac{10^{-1}}{10^{-2}} = 10$, $\frac{10^{0}}{10^{-1}} = 10$, $\frac{10^{2}}{10^{1}} = 10$ dus wordt er steeds met 10 vermenigvuldigd.

bladzijde 137

11a logschaal I : 10^{-2} , 10^{-1} , 10^{0} , 10^{1} , 10^{2} , 10^{3} , 10^{4}
logschaal II : 2^{-2} , 2^{-1} , 2^{0} , 2^{1} , 2^{2} , 2^{3} , 2^{4}

b $10^{3\frac{2}{4}} = 10^{3,5}$; de macht 3,5.

c $2^{3\frac{2}{4}} = 2^{3,5}$; de macht 3,5.

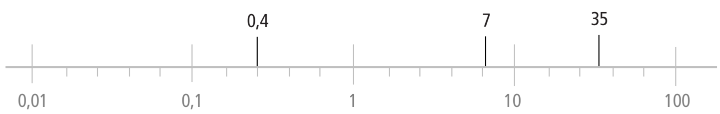
d logschaal I: $10^{3,5} \approx 3162$; logschaal II: $2^{3,5} \approx 11,31$

e lineaire schaal: $\frac{1}{4} = 0,25$; logschaal I: $10^{\frac{1}{4}} \approx 1,78$; logschaal II: $2^{\frac{1}{4}} \approx 1,19$

12a $b = 5^{1\frac{2}{5}} \approx 13,13$

b $c = 5^{4\frac{1}{5}} \approx 862,33$

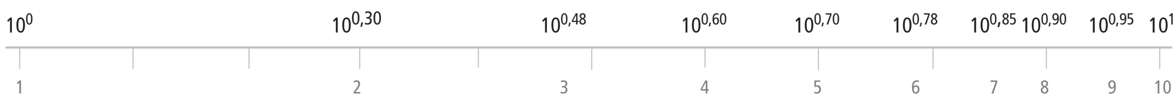
13a,c,d



b $x = \log 35 \approx 1,54$

14a $\log 3 \approx 0,48$; $3 \approx 10^{0,48}$
$\log 4 \approx 0,60$; $4 \approx 10^{0,60}$
$\log 6 \approx 0,78$; $6 \approx 10^{0,78}$
$\log 7 \approx 0,85$; $7 \approx 10^{0,85}$
$\log 8 \approx 0,90$; $8 \approx 10^{0,90}$
$\log 9 \approx 0,95$; $9 \approx 10^{0,95}$

b



15a $a = 0,1$; $c = 1$; $h = 1000$

b $b = 4 \cdot 10^{-1} = 0,4$

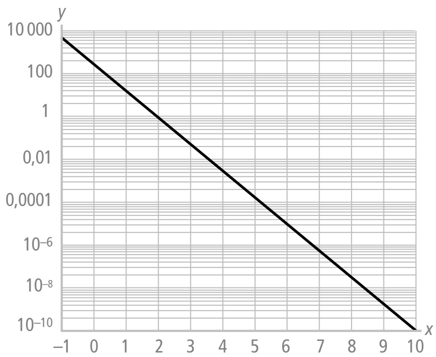
c $d = 2$; $e = 7$; $f = 50$; $g = 400$

7.3 Enkellogaritmisch papier

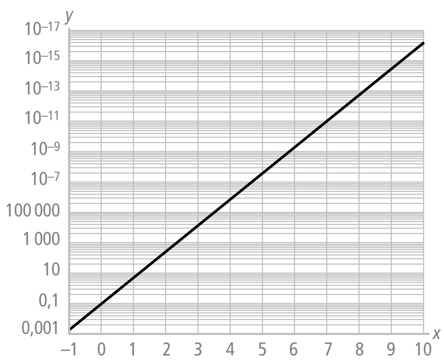
bladzijde 138

16a De helling is 2, per x gaat y twee stappen en $10^2 = 100$.
b Omdat de y-waarden steeds met een vast getal worden vermenigvuldigd.
c De groeifactor is $10^2 = 100$.
d $y = 10 \cdot 100^x$

17a $y = 316 \cdot 0{,}056^0 = 316 \cdot 1 = 316$. De coördinaten zijn (0, 316).
b Omdat $10^0 = 1$.
c Uit $316 \cdot 0{,}056^x = 1$ volgt $0{,}056^x = \frac{1}{316}$ en dus is $x = {}^{0{,}056}\log \frac{1}{316} = \frac{\log \frac{1}{316}}{\log 0{,}056} \approx 2$.
De coördinaten zijn (2, 1).
d

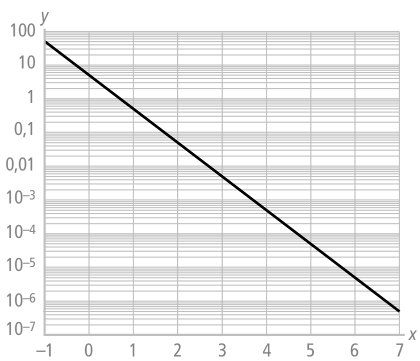


e

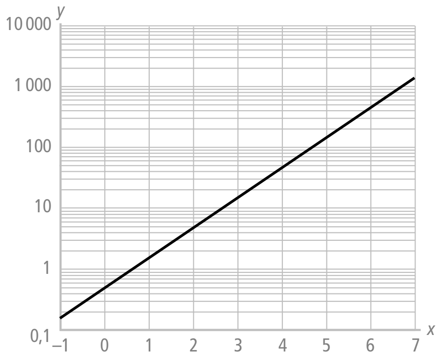


18b Als x met 4 toeneemt, wordt y met 10 vermenigvuldigd.
c In 4 stappen wordt y met 10 vermenigvuldigd. Per stap is dit $10^{\frac{1}{4}} \approx 1{,}78$.
d b is het snijpunt met de y-as, hier 0,2 en is $g \approx 1{,}78$. Dus geldt $y = 0{,}2 \cdot 1{,}78^x$.

19a



b



bladzijde 139

20a $A(t) = 12\,000 \cdot 0{,}8^t$

b $B(t) = 62\,500 \cdot 0{,}8^t$

c Afname met $(1 - 0{,}8) \cdot 100\% = 20\%$.

21a $y = 10^{-3}$

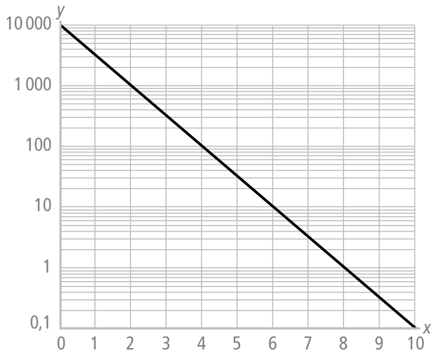
b $y = 10^{-3} \cdot 10^{1{,}5x}$

c $y = 10^{-3} \cdot 10^{1{,}5x} = 10^{1\frac{1}{2}x-3}$

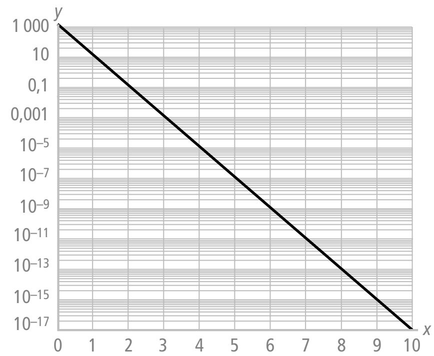
d Wanneer je de grafiek van $y = 1\frac{1}{2}x - 3$ tekent op normaal papier krijg je dezelfde figuur.

e $y = 10^{1\frac{1}{2}x-2}$

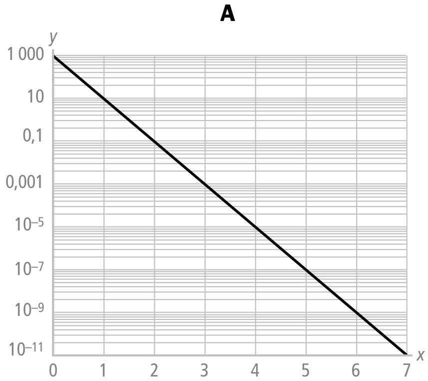
22a



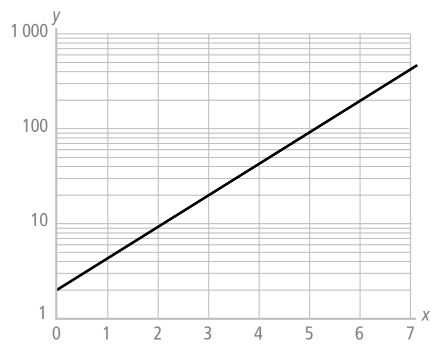
A



B



C



D

b Omdat de formules hetzelfde zijn: $y = 10^{3-2x} = 10^3 \cdot (10^{-2})^x = 1000 \cdot 0{,}01^x$.

7.4 Exponentiële functies differentiëren

bladzijde 140

23a $g'(x) = 3x^2$, $h'(x) = 8x^3$

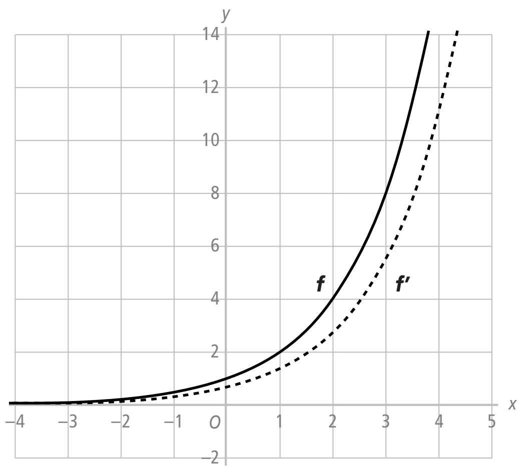
b Bereken een benadering van bijvoorbeeld

$f'(3) \approx \dfrac{f(3+0,001)-f(3)}{0,001} = \dfrac{2^{3,001}-2^3}{0,001} \approx 5,547$ terwijl de uitkomst volgens Anne

$f'(3) = 3 \cdot 2^{3-1} = 12$ wordt.

c Omdat x de exponent is.

24a



b

x	0	1	2	3	4
$f'(x)$	0,69	1,39	2,77	5,55	11,09

De groeifactor is ongeveer 2.

c $f'(x) = 0,69 \cdot 2^x$

d $g'(x) \approx 1,10 \cdot 3^x$

25a

functie f	*afgeleide f′*
$f(x) = 1,5^x$	$f'(x) \approx 0,41 \cdot 1,5^x$
$f(x) = 2^x$	$f'(x) \approx 0,69 \cdot 2^x$
$f(x) = 2,5^x$	$f'(x) \approx 0,92 \cdot 2,5^x$
$f(x) = 2,8^x$	$f'(x) \approx 1,03 \cdot 2,8^x$
$f(x) = 3^x$	$f'(x) \approx 1,10 \cdot 3^x$
$f(x) = 4^x$	$f'(x) \approx 1,39 \cdot 4^x$

b $a \approx 2,7$

c $a = 2,6$: $f'(x) \approx 0,96 \cdot 2,6^x$

$a = 2,7$: $f'(x) = 0,99 \cdot 2,7^x$

De afgeleide voor $a = 2,7$ geeft $f'(x) \approx 1,00 \cdot a^x = f(x)$.

d Proberen met $a = 2,71$ en $a = 2,72$ laat zien dat voor $a \approx 2,72$ geldt

$f'(x) \approx 1,00 \cdot f(x)$.

bladzijde 141

26a $h'(t) = 4 \cdot \mathrm{e}^t$

b $K'(q) = 3q^2 \cdot \mathrm{e}^q + q^3 \cdot \mathrm{e}^q$

c $m'(x) = 6x \cdot \mathrm{e}^x + (3x^2 + 1) \cdot \mathrm{e}^x$

d $f'(x) = 4\mathrm{e}^{4x-8}$

e $h'(x) = -30 \cdot \mathrm{e}^{-2x}$

f $W'(p) = -24p \cdot \mathrm{e}^{p^2+4}$

27a $e^2 \approx 7,39$ dus geldt $f(x) = (e^2)^x \approx 7,39^x$

b $a = {}^e\log 2 = \ln 2 \approx 0,69$

c $5^x = (e^a)^x$ geeft $5 = e^a$. Dan is $a = {}^e\log 5 = \ln 5 \approx 1,61$. Dus $h(x) \approx e^{1,61x}$.

d $h'(x) \approx 1,61 \cdot e^{1,61x} \approx 1,61 \cdot 5^x$

28a $g'(t) = 167,88 \cdot 1,75^t$

b $W'(n) = -0,76 \cdot 0,86^n$

c $H'(x) = 180 \cdot 3^{4x+6} \cdot \ln 3 \approx 197,5 \cdot 3^{4x+6}$

d $K'(q) = 6q \cdot 1,65^q + (3q^2 + 7) \cdot 0,50 \cdot 1,65^q$

29a $N'(t) \approx 9,78 \cdot 1,017^t$

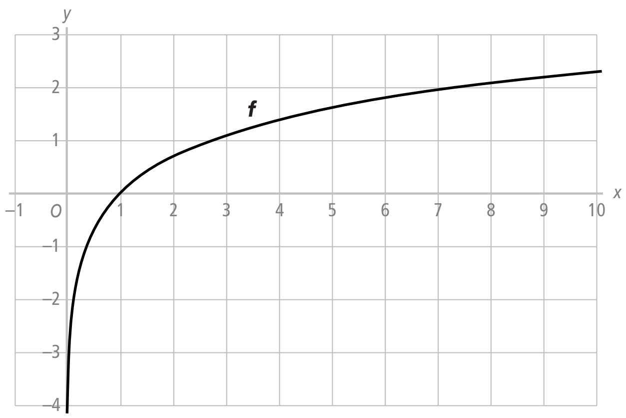
b $N'(5) \approx 9,78 \cdot 1,017^5 \approx 10,64$ miljoen per jaar. Per dag is dit $10,64^{\frac{1}{365}} \approx 1,01$ miljoen.

c Uit $9,78 \cdot 1,017^t = 15$ volgt $1,017^t = \frac{15}{9,78}$ en dus is $t = {}^{1,017}\log \frac{15}{9,78} = \dfrac{\log \frac{15}{9,78}}{\log 1,017} \approx 25,37$ jaar.
Dus in het jaar 2030.

7.5 Logaritmische functies differentiëren

bladzijde 142

30a



b

x	0,5	1	2	5	10
$f'(x)$	2,0	1,0	0,5	0,2	0,1

c

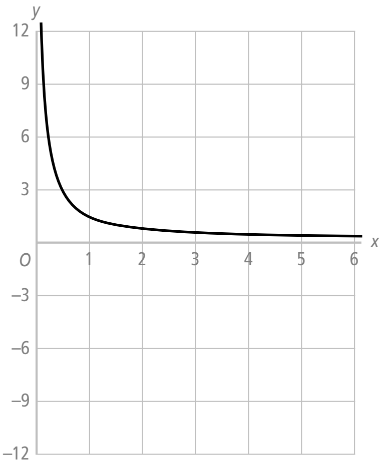
x	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10
$f'(x)$	10,0	5,0	2,0	1,0	0,5	0,2	0,1

d $f'(x) = \frac{1}{x}$

31a

x	1	2	3	5	1-
$g'(x)$	1,44	0,72	0,48	0,29	0,14

b



c

x	−10	−5	−3	−2	−1	1	2	3	5	10
$g'(x)$	−0,09	−0,18	−0,30	−0,46	−0,91	0,91	0,46	0,30	0,18	0,09

Steeds geldt $x \cdot g'(x) \approx 1,44$ zodat $g'(x) \approx \frac{1,44}{x}$

d Gebruik dat $\frac{1}{\ln 2} \approx 1,44$.

x	−10	−5	−3	−2	−1	1	2	3	5	10
$h'(x)$	−0,09	−0,18	−0,30	−0,46	−0,91	0,91	0,46	0,30	0,18	0,09

e Steeds geldt $x \cdot h'(x) \approx 0,90$ en dus $h'(x) \approx \frac{0,90}{x} \approx \frac{1}{x \cdot \ln 3}$.

bladzijde 143

32a $h'(x) = \frac{1}{x \ln 3}$

b $K'(p) = \frac{1}{p \ln 0,9}$

c $W'(q) = 10q + \frac{6q^5}{q^6 \cdot \ln 1,5} = 10q + \frac{6}{q \ln 1,5}$

d $H'(t) = \frac{23}{(23t + 240) \ln 1,06}$

e $L'(m) = \frac{12(75m^2 + 6)}{(25m^3 + 6m) \ln 3,45}$

f $P'(x) = \frac{2e^x}{(2e^x + 7) \ln 5}$

33a $g'(x) = 2x \cdot {}^5\log x + \frac{x^2}{x \ln 5} = 2x \cdot {}^5\log x + \frac{x}{\ln 5}$

b $G'(a) = 8 \cdot {}^{0,7}\log a + \frac{8a - 9}{a \ln 0,7}$

c $h'(t) = 5^t \cdot \ln 5 \cdot {}^3\log t + \frac{5^t}{t \ln 3}$

d $D'(w) = \dfrac{48}{12w \ln 0,5} = \dfrac{4}{w \ln 0,5}$

e $k'(s) = 2 \cdot \log s \cdot \dfrac{1}{s \ln 10} = \dfrac{2 \cdot \log s}{s \cdot \ln 10}$

34a $f'(x) = \dfrac{8}{(2x-1) \cdot \ln 2}$

b $f'(4,5) = \dfrac{8}{(9-1) \cdot \ln 2} = \dfrac{1}{\ln 2} \approx 1,44$ en $f(4,5) = 12$

Een benadering van de vergelijking van de raaklijn: $y = 1,4(x-4,5)+12 = 1,4x+5,7$.

c Maak tabellen voor $y = f'(x)$ $y = f(x)/x$ en zoek uit voor welke waarde van x de uitkomsten gelijk zijn. Je vindt dan $x \approx 2,49$ en $y \approx 8,0$. Dus is de richtingscoëfficiënt ongeveer $\dfrac{8,0}{2,49} \approx 3,2$.

35a $t = 1$ geeft $s = 6$ en $t = 1,5$ geeft $s \approx 8,43$. Het autootje heeft 2,43 km afgelegd.

b $s(2) - s(1) \approx 10,15 - 6 = 4,15$ km.

c $s'(t) = \dfrac{13,8}{t \log 10} \Rightarrow s'(5) \approx 1,20$ km/uur.

$s(5) = 6 + 13,8 \cdot \log 5 \approx 15,65$ km

d Plot de grafieken van $Y1 = \dfrac{13,8}{t \log 10}$ en $Y2 = 1$. Dan is er een snijpunt bij 6.

Dus na 6 uur.

Je kunt ook oplossen $\dfrac{13,8}{t \log 10} = 1 \Rightarrow t = \dfrac{13,8}{\log 10} \approx 5,993$

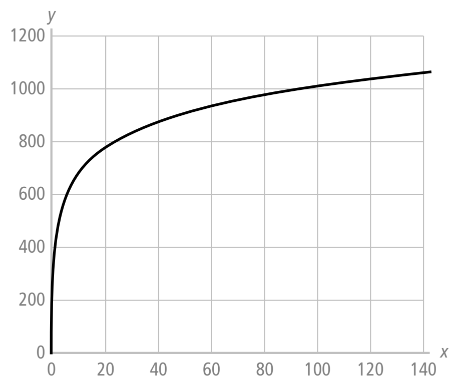
36a Na één uur is de temperatuur: $T(60) = 345 \cdot \log(8 \cdot 60 + 1) \approx 925,34$ °C.
Gemiddeld per minuut is dit $\frac{925}{60} \approx 15,4$ °C.

b Na twee uur is de temperatuur: $T = 345 \cdot \log(8 \cdot 120 + 1) \approx 1029$ °C.
Gemiddeld per minuut is dit $\frac{1029-925}{60} \approx 1,7$ °C.

c $T'(t) = \dfrac{2760}{(8t+1) \cdot \ln 10} \approx \dfrac{150}{8t+1}$

d $T'(2) = \dfrac{150}{8 \cdot 2 + 1} \approx 8,8$ °C

e



In de tekening zie je dat de grafiek van T vlak na het begin van de brand veel sneller stijgt dan later. De grafiek van T is afnemend stijgend.

f $\dfrac{150}{8t+1} = 1,5$ geeft $t \approx 12,4$ minuten.

7.6 Gemengde opdrachten

bladzijde 144

37a $56 \cdot 1{,}12^{10} \approx 173{,}93$ kg

b Het verschil in gewicht na 10 maanden is $173{,}93 - 56 = 117{,}93$ kg.
Per maand is de gewichtstoename $\frac{117{,}93}{10} \approx 11{,}79$ kg.

c Exponentieel: $y = 56 \cdot 1{,}12^t$; lineair: $y = 11{,}79t + 56$

d De afgeleide van de exponentiële functie is $y'(t) = 56 \cdot \ln 1{,}12 \cdot 1{,}12^t \approx 6{,}35 \cdot 1{,}12^t$.
De afgeleide van de lineaire functie is $y(t) = 11{,}79$.
Gelijkstellen: $6{,}35 \cdot 1{,}12^t = 11{,}79$ geeft $1{,}12^t \approx 1{,}86$ en dus is $t = {}^{1{,}12}\log 1{,}86 \approx 5{,}5$ maanden.

38a Dan is $L(a) = 98{,}5 - 9{,}9 \log 80a + 0{,}16 \cdot 80 - 0{,}03a$ en dus is
$L'(a) = -9{,}9 \cdot \dfrac{1}{80a \ln 10} - 0{,}03 < 0$ dus als a toeneemt, neemt L af.

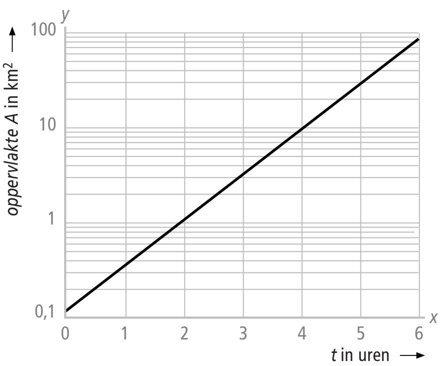
b Dan is $L(v) = 89{,}5 - 9{,}9 \log 100v + 0{,}16v - 3$ en is
$L'(v) = -\dfrac{9{,}9}{100v \ln 10} + 0{,}16 \approx -\dfrac{4{,}3}{v} + 0{,}16 = 0 \Rightarrow v \approx 26{,}9$ kilometer per uur.

39a

t in uren	0	1	2	3	4	5	6
oppervlakte A in km^2	0,12	0,36	1,08	3,24	9,72	29,16	87,48

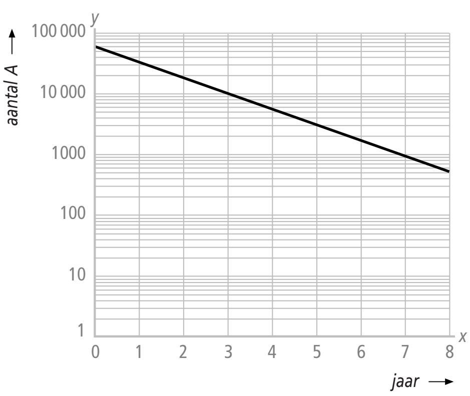
b Uit $0{,}12 \cdot 3^t = 10$ volgt $3^t = \frac{10}{0{,}12}$ en dus is $t = {}^{3}\log \frac{10}{0{,}12} \approx 4{,}03$.
Na 4,03 uur is de oppervlakte 10 km^2, dit is om ongeveer 2 uur 's middags .

c



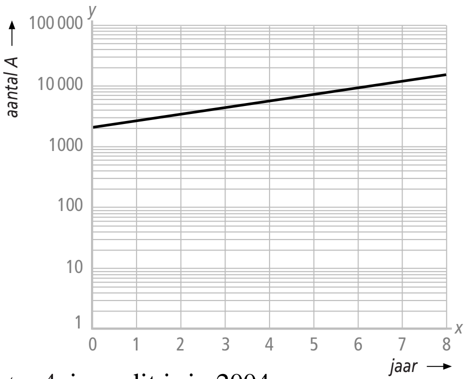
bladzijde 145

40a



b $A(t) \approx 59000 \cdot 0,553^t$

c $B(t) = 2012 \cdot 1,30^t$



d $t \approx 4$ jaar, dit is in 2004.

e $t \approx 11,4$ jaar, dit is in 2011.

41a Bij een rechte lijn op enkellogaritmisch papier wordt het aantal ransuilen na elk jaar met een vast getal vermenigvuldigd.

b Van 1977 tot 1997 steeg (volgens de getekende rechte lijn) het aantal ransuilen van 20 naar 700.
Als g de groeifactor per jaar is dan geldt $g^{20} = \frac{700}{20} = 35$ en dus is $g = 35^{0,05} \approx 1,20$.
Het percentage waarmee het aantal ransuilen jaarlijks toenam is 20%.
Er geldt als benadering voor het aantal ransuilen: $R(t) = 20 \cdot 1,20^t$ met t in jaren vanaf 1977.

c 205 is minder dan $R(14) = 20 \cdot 1,20^{14} \approx 257$.

d Uit $R(0) = a - b = 205$ en $R(2) = a - 0,36b = 178$ volgt $0,64b = 205 - 178 = 27$ en dus $b \approx 42,19$.
Dan is $a - 42,19 = 178 \Rightarrow a = 220,19$

e Uit $R(t) = 220,19 - 42,19 \cdot 0,6^t$ volgt $R'(t) = -42,19 \cdot 0,6^t \cdot \ln 0,6 \approx 21,6 \cdot 0,6^t > 0$ en dus stijgt R. Omdat $R''(t) = 21,6 \cdot 0,6^t \cdot \ln 0,6 \approx -11,0 \cdot 0,6^t < 0$ daalt R'.
Dus een afnemende stijging.

Test jezelf

bladzijde 148

T-1a $x = {}^{3}\log 100 \approx 4,2$

b $t = {}^{0,7}\log \frac{50}{100} \approx 1,9$

c $t = {}^{2}\log 3 \approx 1,6$

d $x = 3^3 = 27,0$

e $x \approx 1,3$

f $t = 4^{\frac{3}{5}} \approx 2,3$

T-2a De stappen op de getallenlijn worden steeds vermenigvuldigd met 20.

b $c = 20a$ en $f = 20 \cdot 20 \cdot b = 400b$

c $a = 0,05 \cdot 20^{\frac{1}{4}} \approx 0,11$; $b = 0,05 \cdot 20^{\frac{3}{4}} \approx 0,47$; $c = 1 \cdot 20^{\frac{1}{4}} \approx 2,11$; $d = 1 \cdot 20^{\frac{2}{4}} \approx 4,47$

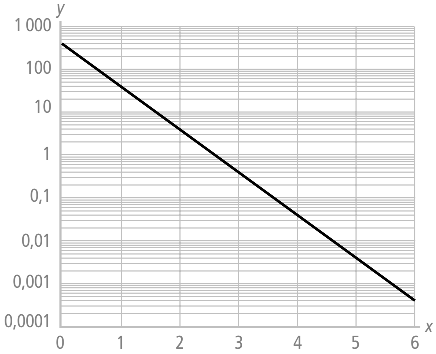
T-3a

t	–2	0	2	3
A	3	30	300	1000

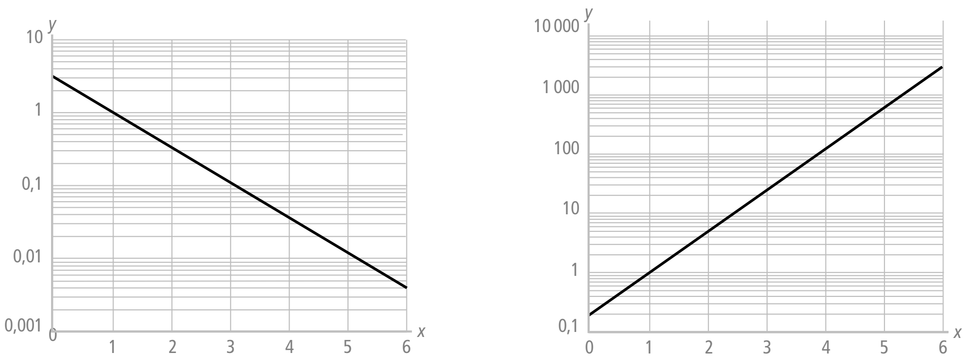
b Elke $2t$ wordt A met 10 vermenigvuldigd. Dan is $A(t) = 30 \cdot 10^{\frac{t}{2}} \approx 30 \cdot 3{,}16^t$.

c

t	–2	0	2	4	6
B	$4 \cdot 10^4$	400	4	$4 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-4}$



d



T-4a $f'(x) = 3 \cdot 1{,}08^x \cdot \ln 1{,}08 \approx 0{,}23 \cdot 1{,}08^x$

b $T'(n) = -12 \cdot 0{,}89^n \cdot \ln 0{,}89 \approx 1{,}40 \cdot 0{,}89^n$

c $G'(q) = 3 \cdot e^{3q+2}$

d $H'(x) = 0{,}41 \cdot 1{,}09^x \cdot \ln 1{,}09 \approx 0{,}04 \cdot 1{,}09^x$

e $h'(t) = \dfrac{-10}{(20+3^t)^2} \cdot 3^t \cdot \ln 3 \approx \dfrac{-10{,}99 \cdot 3^t}{(20+3^t)^2}$

bladzijde 149

T-5a $f'(x) = \dfrac{1}{x \ln 5}$

b $g'(z) = \dfrac{200}{z \ln 10}$

c $T'(q) = \dfrac{20}{(1-2q)\ln 6}$

d $H'(p) = 15p^2 \cdot {}^{0,7}\log p + \dfrac{5p^3}{p \ln 0{,}7}$

e $n'(t) = \ln 2 \cdot 2^t \cdot {}^{2}\log t + \dfrac{2^t + 8}{t \ln 2}$

f $Y'(k) = \dfrac{0{,}875 \cdot 0{,}46k}{(0{,}23k^2 - 1)\ln 1{,}009} = \dfrac{0{,}4025k}{(0{,}23k^2 - 1)\ln 1{,}009}$

T-6a $200 \cdot 0,3^3 \approx 5,4$ liter

b $C(m) = 200 \cdot 0,3^m$

c $C'(m) = 200 \cdot 0,3^m \cdot \ln 0,3 \Rightarrow C'(1) \approx -72,2$ l/min

d Uit $C'(m) = 200 \cdot 0,3^m \cdot \ln 0,3 = 1 \Rightarrow 0,3^m = \dfrac{1}{200 \cdot \ln 0,3}$ volgt

$m = {}^{0,3}\log \dfrac{1}{200 \ln 0,3} \approx 4,55$ min. Dus na zo'n 274 seconden.

T-7a $f'(x) = 0,5$ en $g'(x) = \dfrac{1}{x \ln 1,5}$.

b $x = \dfrac{1}{0,5 \cdot \ln 1,5} \approx 4,93$

T-8a Omdat de grafiek op enkellogaritmisch papier vrij goed een rechte lijn volgt.

b $\left(\dfrac{90}{300}\right)^{\frac{1}{160-75}} = \left(\dfrac{3}{10}\right)^{\frac{1}{85}} \approx 0,986$

T-9a Omdat 0 geen uitkomst kan zijn van g^x.

b Bijvoorbeeld $f(x) = k \cdot e^x$ voor een willekeurig getal *k*.