Hoofdstuk 8 - Periodieke functies

bladzijde 218

V-1a Na 2 seconden

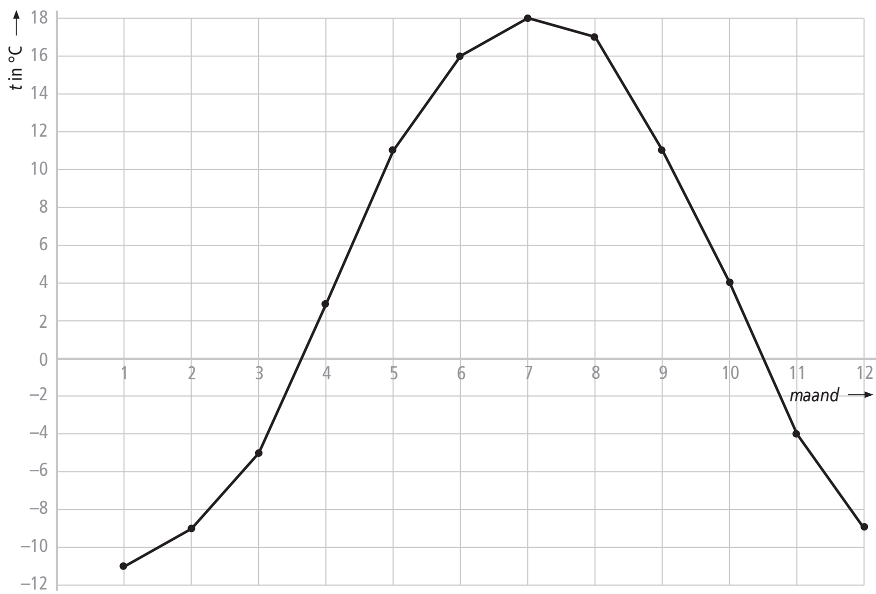
b $\frac{60}{2} = 30$ slagen per minuut

c ca. 0,44 millivolt

V-2a Ja, met periode 12
Nee
Mogelijk, met periode 12

b $y = 2$ en amplitude 3
-
$y = -2$ en amplitude 2

V-3a



Evenwichtsstand is $T = 3\frac{1}{2}$ en de amplitude is $14\frac{1}{2}$

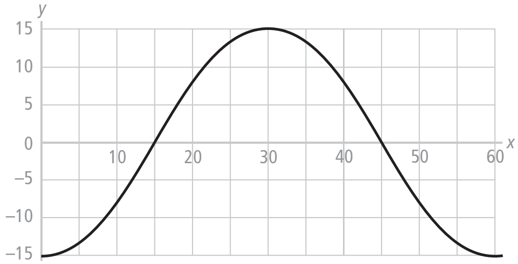
b

bladzijde 219

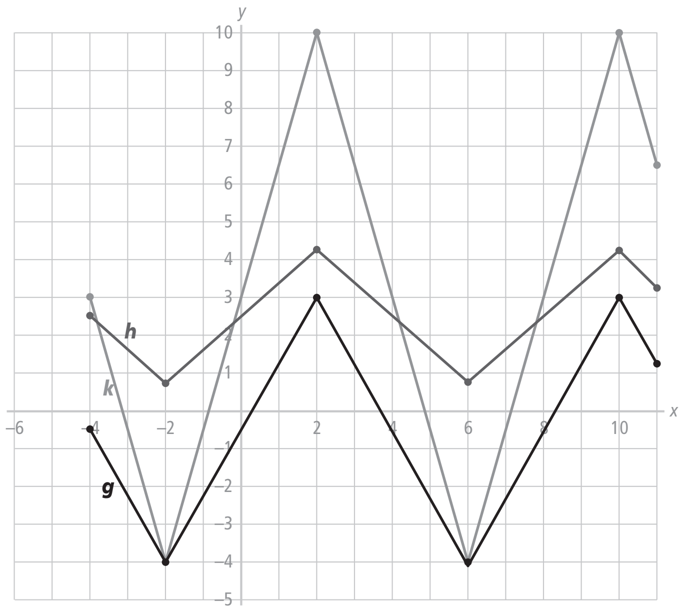
V-4a Na $\frac{1}{4} \times 60 = 15$ seconden; na $\frac{1}{2} \times 60 = 30$ seconden

b 20 meter, de amplitude

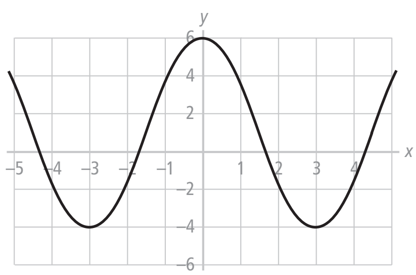
c



V-5abc



V-6 De evenwichtsstand is $y = 1$ en het amplitude is 5. Omdat de grafiek door $(0, 6)$ gaat en de periode 6 is, gaat de grafiek dus in het punt ($(1\frac{1}{2}, 1)$ door de evenwichtstand en heeft hij in het punt $(3, -4)$ een minimum en gaat vervolgens in $(4\frac{1}{2}, 1)$ weer door de evenwichtstand. Naar links toe kun je dat op dezelfde manier doen.



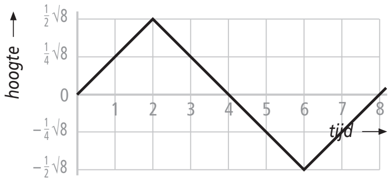
bladzijde 220

1a Voor elke zijde zijn 2 seconden nodig dus totaal 8 seconden.

b De rechte lijnstukken die het vierkant vormen en de constante snelheid.

c Een diagonaal heeft lengte $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ dus ligt het hoogste punt op hoogte $\sqrt{2}$
Voor $t = 0$ is de hoogte 0.
Voor $t = 1$ is de hoogte $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
Voor $t = 2$ is de hoogte $\sqrt{2}$
Voor $t = 3$ is de hoogte $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
Voor $t = 4$ is de hoogte 0.

d



2a De omtrek is $2\pi r$ met $r = 1$
Dus is hier de omtrek 2π .

b 2π seconden

c 2π seconden voor de hele cirkel dus $360°$
Dus π seconden voor $180°$.

d $\frac{1}{4}$ deel van $180°$ dus $45°$
$1\frac{1}{6} \times 180° = 210°$

e $120°$ is $\frac{2}{3}$ deel van $180°$ en dus $120° = \frac{2}{3}\pi$

bladzijde 221

3a Neem X van 0 tot $360°$ (Via Mode instellen op Degree) en neem Y van $-1\frac{1}{2}$ tot $1\frac{1}{2}$
Plot de functie $Y1 = \sin X$

b $90° + 360° = 450°$ en $450° + 360° = 810°$

c $360°$ komt overeen met één rondgang van de stip over de cirkel.

d $180° - 30° = 150°$
$360° + 30° = 390°$
$150° + 360° = 510°$
$390° + 360° = 750°$

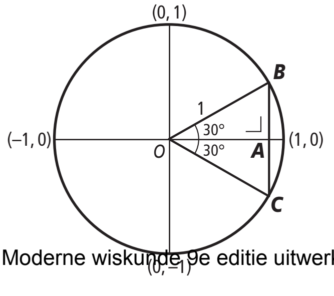
4a $35° - 360° = -325°$
$(180° - 35°) - 360° = -215°$

b $-(180° - 123°) = -57°$
$-57° + 360° = 303°$
$-123° + 360° = 237°$
$237° + 360° = 597°$

5a $\sin \angle AOB = \dfrac{AB}{OB} = \dfrac{h}{1} = h$

b $\cos \angle AOB = \dfrac{OA}{OB} = \dfrac{OA}{1} = OA$

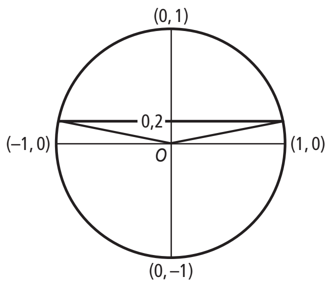
c



d Driehoek OBC is gelijkbenig met $\angle COB = 60°$, dus is de driehoek gelijkzijdig met zijde 1.
Omdat dan $AB = \frac{1}{2}$ geldt $\sin 30° = AB = \frac{1}{2}$

e Als je spiegelt in de y-as zie je dat ook $\sin 150° = \frac{1}{2}$
Met veelvouden van 360° erbij of eraf krijg je dan:
$-330°$; $-210°$; $30°$; $150°$; $390°$; $510°$

6a



b Met $\sin^{-1}(0,2)$ vind je 11,54…. graden. Afgerond: 12 graden.

c $180° - 12° = 168°$
$12° + 360° = 372°$
$168° - 360° = -192°$
$372° + 360° = 732°$
$168° + 360° = 528°$

bladzijde 222

7a $\frac{90}{360} \cdot 2\pi = \frac{1}{4} \cdot 2\pi = \frac{1}{2}\pi$

b $\frac{45}{360} \cdot 2\pi = \frac{1}{4}\pi$

$\frac{60}{360} \cdot 2\pi = \frac{1}{3}\pi$

$\frac{210}{360} \cdot 2\pi = 1\frac{1}{6}\pi$

c $\frac{3}{4} \times 180° = 135°$

8a

graden	0	30	45	57,296	60	90	180
radialen exact	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	1	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	π
radialen benaderd	0	0,524	0,785	1	1,047	1,571	3,142

bladzijde 223

9

β *in °*	5,73	15	60	114,6	107	120	171,9
β *in rad*	0,1	0,26	$\frac{1}{3}\pi$	2	1,87	$\frac{2}{3}\pi$	3

10 Zet je rekenmachine eerst op Radialen!

a $\sin \frac{1}{4}\pi \approx 0,707$

b $\sin 1\frac{1}{6}\pi \approx -0,500$

c $\sin 4\frac{1}{2}\pi = 1,000$

d $\sin(-\frac{2}{3}\pi) \approx -0,866$

11a $\pi - \frac{1}{6}\pi = \frac{5}{6}\pi$

b $\frac{1}{6}\pi - 2\pi = -1\frac{5}{6}\pi$

$\frac{1}{6}\pi + 2\pi = 2\frac{1}{6}\pi$

$\frac{5}{6}\ \ +2\pi = 2\frac{5}{6}\pi$

$2\frac{1}{6}\pi + 2\pi = 4\frac{1}{6}\pi$

12a $\sin x = 0{,}1$
$x = \sin^{-1} 0{,}1$
$x \approx 0{,}10$ en $x \approx \pi - 0{,}10 \approx 3{,}04$

b $\sin x = -0{,}9$
$x = \sin^{-1}(-0{,}9)$
$x \approx -1{,}12$ (ligt buiten het toegestane interval)
$x \approx -1{,}12 + 2\pi \approx 5{,}16$ en $x \approx \pi - (-1{,}12) \approx 4{,}26$

c $\sin x = -1$
$x = 1\frac{1}{2}\pi$

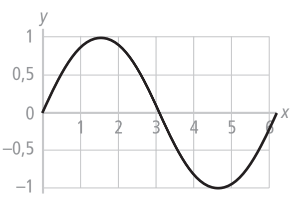
13a Op $[0,\ 2\pi]$ zijn er twee oplossingen.
Dus op $[0,\ 10\pi]$ zijn er 10 oplossingen.

b Op $[0,\ 2\pi]$ zijn er twee oplossingen.
Dus op $[0,\ 200\pi]$ zijn er 200 oplossingen.

c Geen oplossingen als $c > 1$ of als $c < -1$

bladzijde 224

14a



Neem X van 0 tot 2π en Y van -2 tot 2.

b

x	0	$\frac{1}{2}\pi$	π	$1\frac{1}{2}\pi$	2π	$2\frac{1}{2}\pi$	3π
$\sin x$	0	1	0	–1	0	1	0

Toppen: $(\frac{1}{2}\pi,\ 1)$; $(1\frac{1}{2}\pi,\ -1)$; $(2\frac{1}{2}\pi,\ 1)$; etc.
Nulpunten: $(0,\ 0)$; $(\pi,\ 0)$; $(2\pi,\ 0)$; $(3\pi,\ 0)$; …etc.

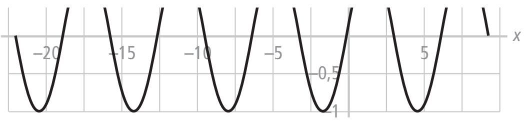
15a De verticale assen van symmetrie zijn $x = 2\frac{1}{2}\pi$ en $x = 101\frac{1}{2}\pi$ $(= 1\frac{1}{2}\pi + 100\pi)$

b De nulpunten zijn punt van symmetrie. Dus $(3\pi,\ 0)$, $(34\pi,\ 0)$ en $(-53\pi,\ 0)$

c Omdat $\frac{1000}{2} = 159{,}154....$ passen er 159 perioden in dit interval.

bladzijde 225

16a



5 perioden

b Maximum 1 voor $x = \frac{1}{2}\pi$, $x = 2\frac{1}{2}\pi$, $x = -1\frac{1}{2}\pi$, $x = -3\frac{1}{2}\pi$, $x = -5\frac{1}{2}\pi$

Minimum –1 voor $x = 1\frac{1}{2}\pi$, $x = -\frac{1}{2}\pi$ $x = -2\frac{1}{2}\pi$ $x = -4\frac{1}{2}\pi$ $x = -6\frac{1}{2}\pi$

c Het verschil is steeds 2π in zowel de rij van de maxima als de minima.

17a $\sin x = 0,6$

$x = \sin^{-1}(0,6)$

$x \approx 0,644$

b $x \approx \pi - 0,644 \approx 2,500$

$\sin 2,500 = 0,59847.....$

c $6,92 \approx 0,64 + 2\pi$ en $-5,94 \approx 0,64 - 2\pi$

18a $\sin x = -0,1$

$x = \sin^{-1}(-0,1)$

$x \approx -0,100$

$x \approx -0,10 + 2\pi \approx 6,18$ en $x = \pi - (-0,10) \approx 3,24$

b Bedenk dat $[4, 11] \approx [12,57;\ 34,56]$

$x = 3,24 + 4\pi \approx 15,81$

$x = 3,24 + 6\pi \approx 22,09$

$x = 3,24 + 8\pi \approx 28,37$

$x \approx 6,18 + 4\pi \approx 18,75$

$x \approx 6,18 + 6\pi \approx 25,03$

$x \approx 6,18 + 8\pi \approx 31,31$

c $\sin 1\frac{1}{2}\pi = -1$ dus zijn de oplossingen:

$x = 1\frac{1}{2}\pi$

$x = 1\frac{1}{2}\pi + 2\pi = 3\frac{1}{2}\pi$

$x = 1\frac{1}{2}\pi + 4\pi = 5\frac{1}{2}\pi$

$x = 1\frac{1}{2}\pi + 6\pi = 7\frac{1}{2}\pi$

$x = 1\frac{1}{2}\pi + 8\pi = 9\frac{1}{2}\pi$

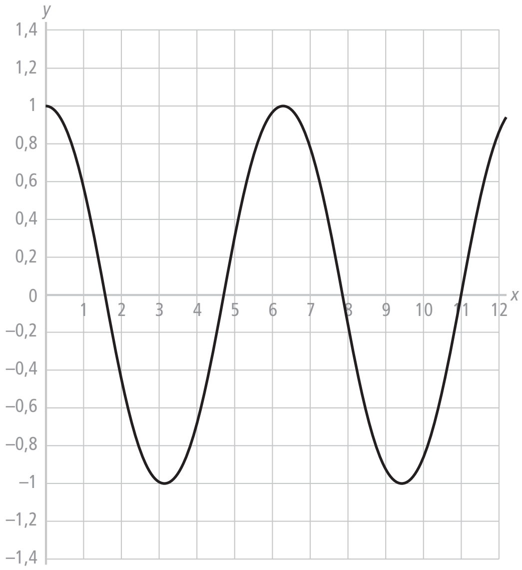
d Plot $Y1 = \sin X$ en $Y2 = 0,2$

De optie CALC, Intersect geeft dan $x \approx 0,20$ en $x \approx 2,94$

De overige oplossingen zijn dan $x \approx 0,20 + 2\pi \approx 6,48$ en $x \approx 2,94 + 2\pi \approx 9,22$

bladzijde 226

19a



De vorm is dezelfde alleen is er sprake van een horizontale verschuiving.

b 2π

c $\pm\frac{1}{2}\pi$, $\pm1\frac{1}{2}\pi$, $\pm2\frac{1}{2}\pi$, $\pm3\frac{1}{2}\pi$, $\pm4\frac{1}{2}\pi$, $\pm5\frac{1}{2}\pi$, …..

20a Bart heeft gelijk.

b $\frac{1}{2}\pi$ naar rechts of $2\frac{1}{2}\pi$ naar rechts of ….
$1\frac{1}{2}\pi$ naar links of $3\frac{1}{2}\pi$ naar links of ….

21a $2\pi - \frac{1}{3}\pi = 1\frac{2}{3}\pi$

b $\frac{1}{3}\pi + 10\pi = 10\frac{1}{3}\pi$

$1\frac{2}{3}\pi + 8\pi = 9\frac{2}{3}\pi$

$1\frac{2}{3}\pi + 10\pi = 11\frac{2}{3}\pi$

bladzijde 227

22a 4 perioden

b De assen van symmetrie zijn de verticale lijnen door de toppen.
$x = 0$, $x = \pi$, $x = 2\pi$, $x = 3\pi$ en $x = 4\pi$

c $x = \frac{1}{2}\pi$, $x = 1\frac{1}{2}\pi$ en $x = 2\frac{1}{2}\pi$

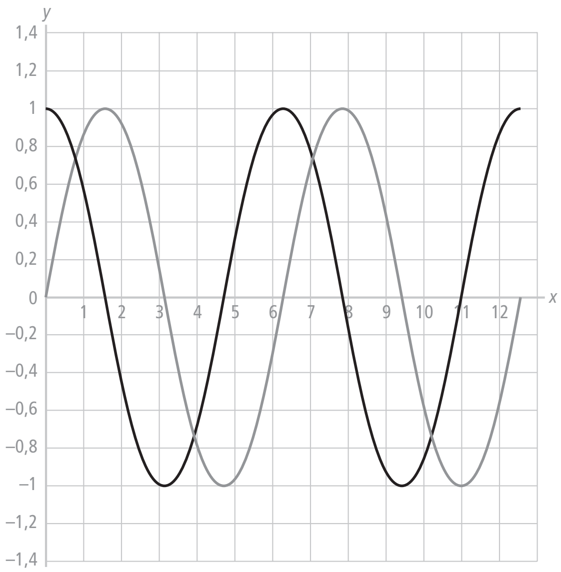
23a Plot $Y1 = \cos X$ en $Y2 = -0{,}2$
CALC, Intersect geeft $x \approx 1{,}77$ of $x \approx -1{,}77$

b Symmetrie in de y-as.

c $10\pi + 1{,}77 \approx 33{,}19$ of $12\pi - 1{,}77 \approx 35{,}93$

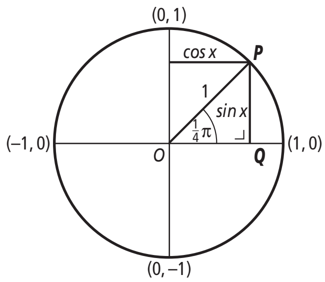
d Op elk interval met lengte 2π zijn er twee oplossingen.
Dus zijn er 100 oplossingen op $[100\pi, 200\pi]$.

24a



4 snijpunten

b



$\sin\frac{1}{4}\pi = \dfrac{PQ}{OP} = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{2}}{1} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ en $\cos\frac{1}{4}\pi = \dfrac{OQ}{OP} = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{2}}{1} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

c $\frac{1}{4}\pi$, $1\frac{1}{4}\pi$, $2\frac{1}{4}\pi$ en $3\frac{1}{4}\pi$

25a $\cos x = -0,67$

$\cos x = \cos 0,836585.....$

$x \approx 0,837$ of $x \approx 2\pi - 0,837 \approx 5,447$ of $x \approx 2\pi + 0,837 \approx 7,120$

b Geen oplossing want $\cos x \geq -1$

c $\sin x = -0,99$

$\sin x \approx \sin -1,4293$

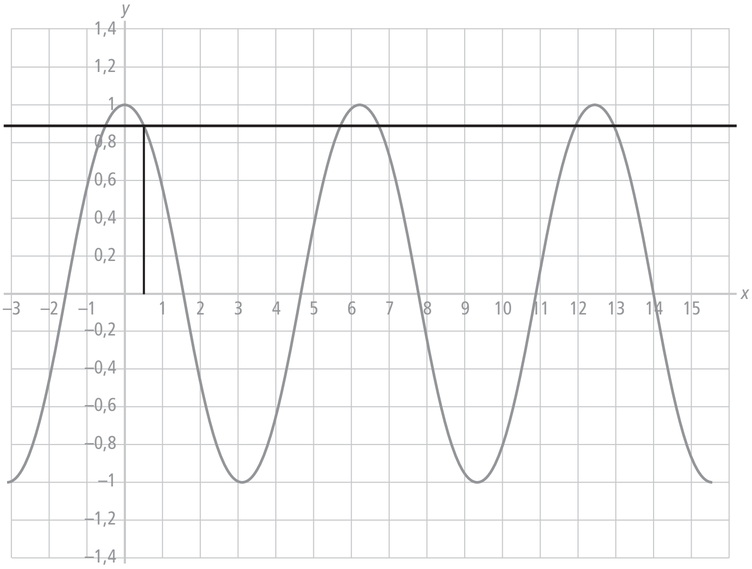
Gebruik symmetrie om $x \approx 11,137$ en $x \approx 10,854$ te vinden.

d $\cos x = -0,95$

$\cos x = \cos 2,824$

Gebruik symmetrie om $x \approx 159,904$, $x \approx 166,187$, $x \approx 160,539$ en $x \approx 166,822$ te vinden.

26a



b $\cos x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

$\cos x = \cos \frac{1}{6}\pi$

$\cos x = \cos \frac{1}{6}\pi$

$x = \pm \frac{1}{6}\pi \pm$ veelvoud van 2π

$x = \frac{1}{6}\pi$, $x = 2\frac{1}{6}\pi$, $x = 4\frac{1}{6}\pi$

$x = -\frac{1}{6}\pi$, $x = 1\frac{5}{6}\pi$, $x = 3\frac{5}{6}\pi$

c $\cos x = -1$

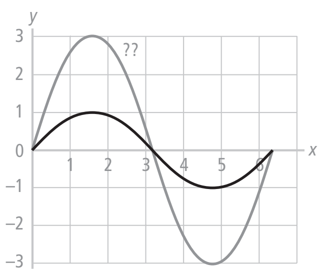
$\cos x = \cos \pi$

$x = \pm\pi \pm$ veelvoud van 2π

$x = -\pi$, $x = \pi$, $x = 3\pi$, $x = 5\pi$

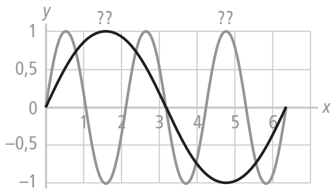
bladzijde 228

27a



De grafiek van g ontstaat uit de grafiek van f door de afstand van elk punt op de grafiek van f tot de x-as met 3 te vermenigvuldigen.

b



De grafiek van h ontstaat uit de grafiek van f door alle afstanden van punten van f tot de y-as door 3 te delen.

c

x	f(x)	h(x)
0	0,000	0,000
$\frac{1}{12}\pi$	0,259	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{1}{6}\pi$	0,500	1,000
$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	0,000
$\frac{5}{12}\pi$	0,966	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{1}{2}\pi$	1,000	–1,000
$\frac{7}{12}\pi$	0,966	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	0,000
$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{5}{6}\pi$	0,500	1,000
$\frac{11}{12}\pi$	0,259	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
π	0,000	0,000

d $f(\frac{1}{4}\pi) = \sin\frac{1}{4}\pi = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ en $h(\frac{1}{12}\pi) = \sin(3\cdot\frac{1}{12}\pi) = \sin\frac{1}{4}\pi = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

$f(\frac{1}{2}\pi) = \sin\frac{1}{2}\pi = 1$ en $h(\frac{1}{6}\pi) = \sin(3\cdot\frac{1}{6}\pi) = \sin\frac{1}{2}\pi = 1$

e $\dfrac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$

bladzijde 229

28a Amplitude f is 1
Amplitude g is 1
Amplitude h is $1\frac{1}{2}$
Periode f is 2π
Periode g is $\dfrac{2\pi}{6} = \frac{1}{3}\pi$
Periode h is $\dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

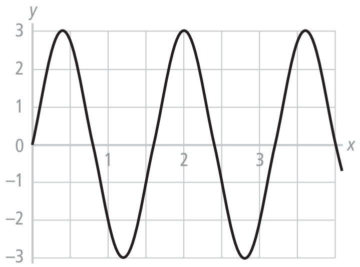
29a De afstanden tot de y-as worden b keer zo klein. Ook de periode wordt b keer zo klein.

b De afstanden tot de y-as worden $\dfrac{1}{b}$ keer zo groot. Ook wordt de periode $\dfrac{1}{b}$ keer zo groot.

c

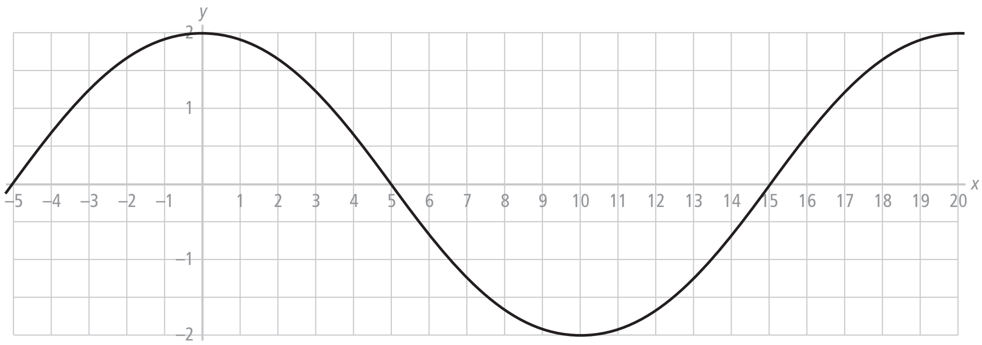
b	2	π	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{5}\pi$
periode	π	2	3π	10

30a



Amplitude van f is 3 en de periode is $\frac{1}{2}\pi$

b



Amplitude g is 2 en de periode is $\dfrac{2\pi}{0{,}1\pi} = 20$

31a Amplitude f is 1 en periode f is $\dfrac{2\pi}{5} = \frac{2}{5}\pi$

Amplitude g is 3 en periode g is $\dfrac{2\pi}{2} = \pi$

Amplitude h is 2 en periode h is $\dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

b $f(x) = \cos 5x$

$g(x) = 3\sin 2x$

$h(x) = 2\cos \frac{1}{2}x$

32a Dit komt overeen met één periode, dus $\dfrac{2\pi}{0{,}506} \approx 12{,}41736....$

Dus met 12 uur en $0{,}41736 \times 60 \approx 25$ minuten.

b Plot de grafieken van $Y1 = 1{,}85\sin 0{,}506X$ en $Y2 = 1{,}20$

CALC, Intersect geeft 1,39 en 4,81

Het verschil is dan 3,42.

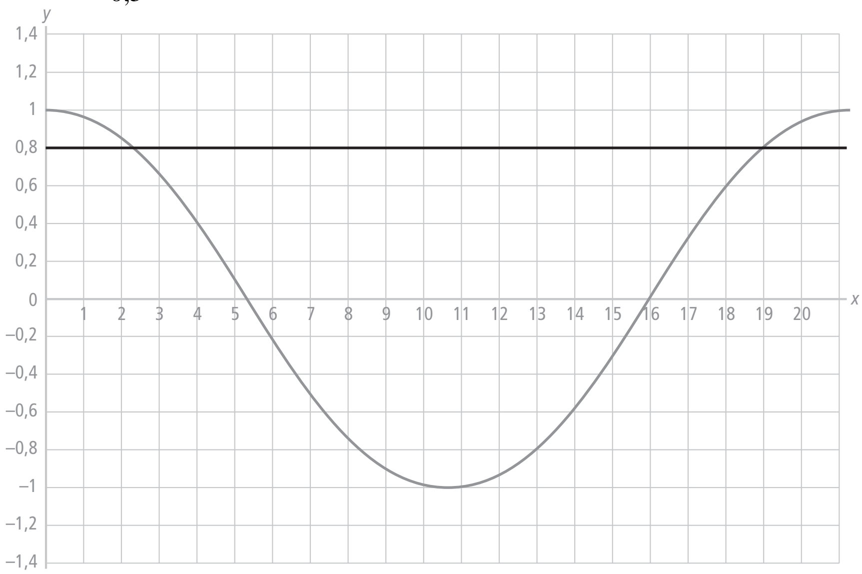
Dus 3 uur en $0{,}42 \times 60 \approx 25$ minuten

c Alleen de evenwichtsstand komt 0,6 hoger te liggen.

bladzijde 230

33a Periode $\frac{2\pi}{0,3} = 6\frac{2}{3}\pi$

b



Twee oplossingen.

c CALC, Intersect geeft $x \approx 2,145$ en $x \approx 18,799$

d $\frac{100\pi}{6\frac{2}{3}\pi} = 15$

e 30 oplossingen

f $\langle 2,15; 18,80\rangle$

bladzijde 231

34a $\cos\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}$

$\cos\frac{1}{2}x = \cos\frac{2}{3}\pi$

$\frac{1}{2}x = \pm\frac{2}{3}\pi \pm$ veelvoud van 2π

$x = \pm\frac{4}{3}\pi \pm$ veelvoud van 4π

Alleen $x = \frac{4}{3}\pi$ voldoet.

b Plot de grafieken van $Y1 = \cos 0,5X$ en $Y2 = -0,5$

Aflezen en het resultaat van de vorige opdracht gebruiken geeft $[-\pi,\ 1\frac{1}{3}\pi]$.

c Plot $Y1 = \cos 0,5X$ en lees af: $\langle\pi,\ 2\pi]$

35a Plot $Y1 = \cos 2X$ en $Y2 = 0,75$

CALC, Intersect geeft o.a. $x \approx 0,3614$

Met symmetrie en periode π en aflezen vind je de intervallen:

$[0 ; 0,36\rangle$, $\langle 2,78 ; 3,50\rangle$ en $\langle 5,92 ; 2\pi]$

b Plot $Y1 = \cos(X / 3)$ en $Y2 = -0,25$

CALC, Intersect geeft $x \approx 5,470$

Met symmetrie en periode 6π en aflezen vind je $\langle 5,47 ; 2\pi]$

c Voor elke waarde van x geldt dat $\sin 0,4x < 1\frac{1}{3}$

Dus is de oplossing $[0,\ 2\pi]$.

36a De grafiek van f ontstaat uit die van g door vermenigvuldiging met $\frac{1}{2}$ ten opzichte van de y-as gevolgd door een vermenigvuldiging met 6 ten opzichte van de x-as.

b De nulpunten van $y = \cos x$ zijn $\frac{1}{2}\pi$, $1\frac{1}{2}\pi$, $2\frac{1}{2}\pi$, $3\frac{1}{2}\pi$,
Als je deelt door 2 dan krijg je: $x = \frac{1}{4}\pi$, $x = \frac{3}{4}\pi$, $x = 1\frac{1}{4}\pi$, $x = 1\frac{3}{4}\pi$

c $6\cos 2x = -6$
$\cos 2x = -1$
$\cos 2x = \cos \pi$
$2x = \pm\pi \pm$ veelvoud van 2π
$x = \pm\frac{1}{2}\pi \pm$ veelvoud van π
Op $[0, 2\pi]$ geeft dit $x = \frac{1}{2}\pi$ en $x = 1\frac{1}{2}\pi$

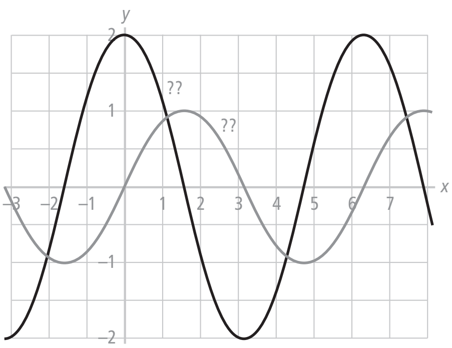
37a $\frac{2\pi}{\pi} = 2$

b Dan moet $\frac{2\pi}{b} = 1$, dus $b = 2$

c Dan moet $\frac{2\pi}{b} = 10\pi$, dus $b = 0,2$

d De vergelijking $\sin 5x = \frac{1}{30}$ heeft twee oplossingen per periode.
De periode is $0,4\pi$
Op het interval $[0, 100\pi]$ zijn er $\frac{100\pi}{0,4\pi} \times 2 = 500$ oplossingen.

38a



b $\sin x = 0,8$
$\sin x \approx \sin 0,9273$
$\sin x \approx \sin 0,9273$
$x \approx 0,93$
Met symmetrie vind je ook de oplossingen $x \approx 7,21$ en $x \approx 2,21$

c Plot $Y1 = \cos X$ en $Y2 = 0,3$
CALC, Intersect en gebruik van symmetrie en periode geeft:
$x \approx -1,27$, $x \approx 1,27$, $x \approx 5,02$ en $x \approx 7,55$
Aflezen geeft vervolgens de intervallen $[-3 ; -1,27]$, $[1,27 ; 5,02]$ en $[7,55 ; 8]$

d Plot $Y1 = \sin X$ en $Y2 = 2\cos X$
CALC, Intersect en aflezen geeft:
$\langle -2,03 ; 1,11 \rangle$ en $\langle 4,25 ; 7,39 \rangle$

39a $\frac{2\pi}{\frac{2}{3}\pi} = 3$

b Plot $Y1 = \sin(2\pi X / 3)$ en $Y2 = 0,375$
CALC, Intersect en symmetrie en periode 3 geeft:
$t \approx 0,18$; $t \approx 1,32$; $t \approx 3,18$; $t \approx 4,32$

c Plot $Y1 = \sin(2\pi X / 3)$ en $Y2 = 0{,}75$
CALC, Intersect geeft $t \approx 0{,}405$ en $t \approx 1{,}095$
Verder is $1{,}095 - 0{,}405 = 0{,}690$
De uitwijking kan naar links en naar rechts meer dan 6 cm afwijken.
Per periode is de afwijking gedurende $2 \times 0{,}690 = 1{,}38$ seconde groter dan 6 cm.
Dit is $\frac{1{,}38}{3} \times 100\% = 46\%$ van de periode.

d $\frac{2\pi}{b} = 0{,}8 \Rightarrow b = 2\frac{1}{2}\pi$
$u(t) = 8 \sin 2\frac{1}{2}\pi t$

bladzijde 232

40a Amplitude $a = 2$ en periode $\frac{2\pi}{5} = \frac{2}{5}\pi$

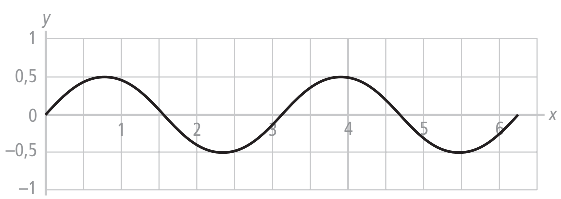
b $2 \sin \frac{1}{2}\pi x = \frac{1}{2}$
$\sin \frac{1}{2}\pi x = 0{,}25$
$\sin \frac{1}{2}\pi x \approx \sin 0{,}253$
$\frac{1}{2}\pi x \approx 0{,}253 \pm$ veelvoud 2π of $\frac{1}{2}\pi x \approx \pi - 0{,}253 \pm$ veelvoud 2π
$x \approx 0{,}16 \pm$ veelvoud van 4 of $x \approx 1{,}84 \pm$ veelvoud van 4
Plotten en aflezen op $[0, 8]$ geeft de intervallen: $[0; 0{,}16\rangle$, $\langle 1{,}84; 4{,}16\rangle$ en $\langle 5{,}84; 8]$

c I : $a = 5$ en $1\frac{1}{4} \cdot$ periode $= 3\pi \Rightarrow$ periode $= \frac{12}{5}\pi$ en $b = \frac{2\pi}{\frac{12}{5}\pi} = \frac{5}{6}$

II: $a = 5$ en $\frac{1}{4} \cdot$ periode $= 3\pi \Rightarrow$ periode $= 12\pi$ en $b = \frac{2\pi}{12\pi} = \frac{1}{6}$

III: $a = -5$ en $\frac{3}{4} \cdot$ periode $= 3\pi \Rightarrow$ periode $= 4\pi$ en $b = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$

41a

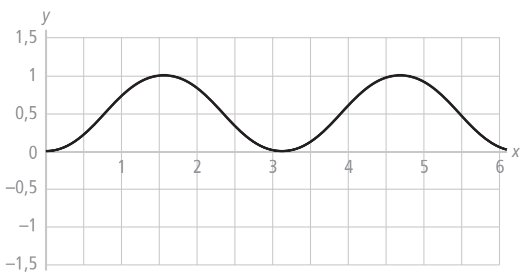


Periode π en amplitude $\frac{1}{2}$

b Een nulpunt van p en q is ook nulpunt van f.

c $f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$

d



e Omdat $f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$ de maximale waarde $\frac{1}{2}$ heeft.

f $\frac{1}{2}\sin 2x = 0{,}1$
$\sin 2x = 0{,}2$
$2x \approx 0{,}201 \pm$ veelvoud van 2π of $2x \approx \pi - 0{,}201 \pm$ veelvoud van 2π
$x \approx 0{,}10 \pm$ veelvoud van π of $x \approx 1{,}47 \pm$ veelvoud van π

g $(\sin x)^2 = 1$
$\sin x = 1$ of $\sin x = -1$
$x = \frac{1}{2}\pi \pm$ veelvoud van 2π of $x = 1\frac{1}{2}\pi \pm$ veelvoud van 2π
Je kunt deze twee rijen oplossingen combineren tot $x = \frac{1}{2}\pi \pm$ veelvoud van π

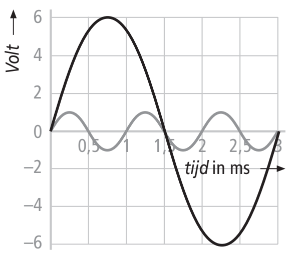
bladzijde 233

42a De periode is $6 \times 0{,}5 = 3$ ms
De amplitude is $4 \times 1{,}5 = 6$ Volt
De frequentie 333,3 Hz

b $10 \times 0{,}2 = 2$ ms en dus is er $\frac{2}{3}$-de deel te zien.

c Je moet 3 ms verdelen over 10 hokjes, dus 0,3 ms per hokje.

d



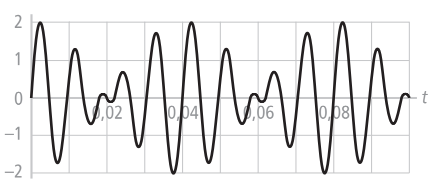
e Zie figuur hierboven.
1000 Hz betekent dat de periode $\frac{1}{1000} = 0{,}001$ seconde is, dus 1 ms.

43a 100 trillingen per seconde dus is de periode 0,01 en is $b = \frac{2\pi}{0{,}01} = 200\pi$
$f(t) = \sin 200\pi t$

b De periode is $\frac{2\pi}{250} = \frac{1}{125}\pi$ en dus is de frequentie 125.

c $k(t) = \sin 1200\pi t$

d



De maximale waarde 1,97 vind je met de rekenmachine en de optie MAXIMUM.

e De periode van *f* is $\frac{1}{100}$ en de periode van *g* is $\frac{1}{125}$
De periode van de som is het kleinste gehele veelvoud van deze beide perioden.
Maak twee rijen, veelvouden van $\frac{1}{100}$ en van $\frac{1}{125}$ dan zie je dat $\frac{4}{100} = 0{,}04$ en $\frac{5}{125} = 0{,}04$ als eerste in beide rijen gemeenschappelijk voorkomt. Dus is 0,04 de periode van *h*.

f De periode van *h* is het KGV (kleinste gemeenschappelijke veelvoud) van de perioden van *f* en *g*.

bladzijde 234

I-1a Amplitude is 1 en de periode is 2π
De evenwichtsstand is $y = 0$

b $(-2\pi, 0)$, $(-\pi, 0)$, $(0, 0)$, $(\pi, 0)$ en $(2\pi, 0)$

c Maximale waarde 1 voor $x = -1\frac{1}{2}\pi$ en voor $x = \frac{1}{2}\pi$
Minimale waarde -1 voor $x = -\frac{1}{2}\pi$ en $x = 1\frac{1}{2}\pi$

d Amplitude 2 en periode 2π
De evenwichtsstand is $y = 0$
$(-2\pi, 0)$, $(-\pi, 0)$, $(0, 0)$, $(\pi, 0)$ en $(2\pi, 0$
Maximale waarde 2 voor $x = -1\frac{1}{2}\pi$ en voor $x = \frac{1}{2}\pi$
Minimale waarde -2 voor $x = -\frac{1}{2}\pi$ en $x = 1\frac{1}{2}\pi$

e De amplitude van g is twee keer de amplitude van f,
de perioden zijn gelijk en bij de toppen horen dezelfde x-waarden.
Ook zijn de nulpunten dezelfde.

f Alleen de amplitude verandert, wordt groter. Daardoor liggen de toppen verder van de x-as.

g Alleen de amplitude verandert, wordt kleiner. Daardoor liggen de toppen dichter bij de x-as.

I-2a Amplitude h is 1, de periode is π en de evenwichtsstand is $y = 0$

b $(-2\pi, 0)$, $(-1\frac{1}{2}\pi, 0)$, $(-\pi, 0)$, $(-\frac{1}{2}\pi, 0)$, $(0, 0)$, $(\frac{1}{2}\pi, 0)$, $(\pi, 0)$, $(1\frac{1}{2}\pi, 0)$ en $(2\pi,$

c Maximum 1 voor $x = -1\frac{3}{4}\pi$, $x = -\frac{3}{4}\pi$, $x = \frac{1}{4}\pi$ en $x = 1\frac{1}{4}\pi$
Minimum -1 voor $x = -1\frac{1}{4}\pi$, $x = -\frac{1}{4}\pi$, $x = \frac{3}{4}\pi$ en $x = 1\frac{3}{4}\pi$

d De grafiek van h ontstaat uit de grafiek van f door horizontale krimp met factor 2.
Alle afstanden van de punten tot de y-as worden twee keer zo klein.

e De krimp is sterker naarmate b toeneemt.

f Dan wordt de grafiek horizontaal uitgerekt met factor $\frac{1}{b} > 1$

bladzijde 235

I-3a Amplitude 1 en periode $\frac{2\pi}{6} = \frac{1}{3}\pi$

b Amplitude 8 en periode 2π

c Amplitude 3 en periode $\frac{2\pi}{4} = \frac{1}{2}\pi$

d Amplitude $1\frac{1}{2}$ en periode $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

e Amplitude 2 en periode $\frac{2\pi}{10\pi} = \frac{1}{5}$

f Amplitude 0,3 en periode $\frac{2\pi}{0,1} = 20\pi$

I-4a 1) $y = \sin 2x$
2) $y = 3\cos x$
3) $y = \sin \frac{1}{2}x$
4) $y = 4\sin \frac{1}{4}x$
5) $y = \cos \pi x$
6) $y = -4\cos 3x$

7) $y = -2\sin\frac{1}{2}x$
8) $y = 17\cos 0,2x$
9) $y = 3\sin 4x$
10) $y = 0,15\sin\frac{1}{6}\pi x$

I-5a $g(x) = -\sin x$

b $h(x) = 5\sin\frac{1}{2}\pi x$
De amplitude is dan 5 en de periode is dan $\dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}\pi} = 4$

I-6a Dit komt overeen met één periode, dus $\dfrac{2\pi}{0{,}506} \approx 12,41736....$
Dus met 12 uur en $0,41736 \times 60 \approx 25$ minuten.

b Plot de grafieken van $Y1 = 1,85\sin 0,506X$ en $Y2 = 1,20$
CALC, Intersect geeft 1,39 en 4,81
Het verschil is dan 3,42.
Dus 3 uur en $0,42 \times 60 \approx 25$ minuten

c Alleen de evenwichtsstand komt 0,6 hoger te liggen.

I-7a Vermenigvuldig alle afstanden tot de x-as met 2 en spiegel in de x-as.

b Spiegelen in de y-as.

c De grafiek van $y = \cos x$ is symmetrisch in de y-as dus geldt $\cos(-x) = \cos x$
De grafiek van $y = \sin x$ is puntsymmetrisch in $(0, 0)$ dus geldt $\sin(-x) = -\sin x$

bladzijde 238

T-1a Controleer of aan de stelling van Pythagoras wordt voldaan:
$OA^2 + AB^2 = OB^2$
$(\frac{1}{2}\sqrt{2})^2 + (\frac{1}{2}\sqrt{2})^2 = 1$
$\frac{1}{4}\cdot 2 + \frac{1}{4}\cdot 2 = 1$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

b $\sin 45^\circ = \dfrac{AB}{OB} = \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{2}}{1} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$
Teken in de eenheidscirkel de genoemde hoeken. Door te spiegelen in de assen kun je dan de volgende waarden vinden:
$\sin 135^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\sin 225^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\sin(-45^\circ) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$

T-2

α *in graden*	45	125	240	229	600	72
α *in radialen*	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{25}{36}\pi$	$1\frac{1}{3}\pi$	4	$3\frac{1}{3}\pi$	$1\frac{1}{4}$

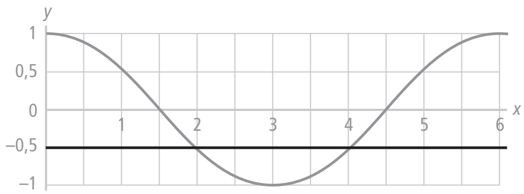
$125^\circ = \dfrac{125}{180}\pi = \dfrac{25}{36}\pi$
$1\frac{1}{3}\pi = \frac{4}{3} \times 180^\circ = 240^\circ$
$4 = \dfrac{4}{\pi} \times 180^\circ \approx 229,2^\circ$
$600^\circ = \dfrac{600}{180}\pi = 3\frac{1}{3}\pi$
$1\frac{1}{4} = \dfrac{1,25}{\pi} \times 180^\circ \approx 71,6^\circ$

T-3a Gebruik symmetrie om naast $x = \frac{1}{3}\pi$ ook $x = \frac{2}{3}\pi$ te vinden

b $x = \pi + \frac{1}{3}\pi = 1\frac{1}{3}\pi$ en $x = \pi + \frac{2}{3}\pi = 1\frac{2}{3}\pi$

c $x = 2\pi + \frac{1}{3}\pi = 2\frac{1}{3}\pi$ en $x = 2\pi + \frac{2}{3}\pi = 2\frac{2}{3}\pi$ en $x = 4\pi + \frac{1}{3}\pi = 4\frac{1}{3}\pi$ en $x = 4\pi + \frac{2}{3}\pi = 4\frac{2}{3}\pi$

T-4a



b $(0, 1)$ en $(\pi, -1)$

c $(\frac{2}{3}\pi, -\frac{1}{2})$ en $(1\frac{1}{3}\pi, -\frac{1}{2})$

T-5a *f*: amplitude 1 en $5 \times \text{periode} = 4\pi \Rightarrow \text{periode} = \frac{4}{5}\pi$

g: amplitude $2\frac{1}{2}$ en periode 2π

h: amplitude 1 en periode 4π

b $f(x) = \sin 2\frac{1}{2}x$ want $\dfrac{2\pi}{\frac{4}{5}\pi} = 2\frac{1}{2}$

$g(x) = -2\frac{1}{2}\sin x$

$h(x) = \cos \frac{1}{2}x$

bladzijde 239

T-6a Plot $Y1 = \sin 0{,}5X$ en $Y2 = 0{,}8$

CALC, Intersect en symmetrie geeft:

$x \approx 1{,}85$ en $x \approx 4{,}43$

b Plot $Y1 = \cos 2X$ en $Y2 = 2/3$

CALC, Intersect en symmetrie geeft:

$x \approx -0{,}42$, $x \approx -2{,}72$, $x \approx 0{,}42$, $x \approx 2{,}72$, $x \approx 3{,}56$ en $x \approx 5{,}86$

c Plot $Y1 = \sin 1{,}5X$ en $Y2 = -0{,}5$

CALC, Intersect en symmetrie en aflezen van de ongelijkheid geeft:

$\langle -1{,}75; -0{,}35\rangle$ en $\langle 2{,}44; 3{,}84\rangle$

d Plot $Y1 = \sin X$ en $Y2 = \cos 2X$

CALC, Intersect en symmetrie en aflezen van de ongelijkheid geeft:

$\langle 0{,}52; 2{,}62\rangle$

T-7a Amplitude 5 en periode $\frac{1}{20} = 0{,}05$

b $\dfrac{2\pi}{0{,}05} = 40\pi$

$u(t) = 5\sin 40\pi t$

c Plot $Y1 = 5\sin 40\pi X$ en $Y2 = 0{,}8$

CALC, Intersect en symmetrie geeft:

$t_1 \approx 0{,}0074$; $t_2 \approx 0{,}0176$

Bedenk dat de uitwijking naar beide kanten meer dan 4 mm kan zijn.

Uit $2 \times \dfrac{t_2 - t_1}{\text{periode}} = 2 \times \dfrac{0{,}0102}{0{,}05} \approx 0{,}408$

Dus ruim 40%

T-8a Maximale daglengte is 19 uur in week 25.

b Voor $t = 12$ en voor $t = 37$ is de daglengte overal 12 uur. Rond 21 maart en rond 21 september is dit het geval.

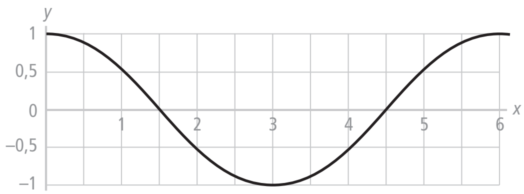
c Dan gaat de grafiek van d stijgend door de evenwichtswaarde.

d $\frac{365,25}{7} \approx 52,179$ dus afgerond 52,2.

e De amplitude voor $52°$ NB is $16,7 - 12 = 4,7$ dus is $a = 4,7$

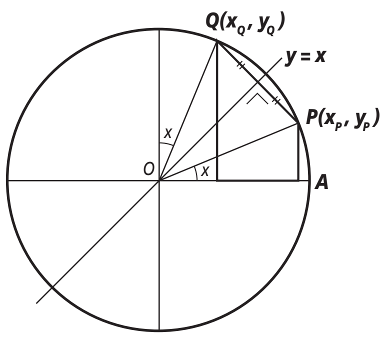
f $d(t) = 16$ aflezen geeft $t \approx 8,5$ en $t \approx 17,6$
Daglengte 16 uur op $52°$ NB op 8,5 weken na 21 maart en 17,6 weken na 21 maart.

T-9a



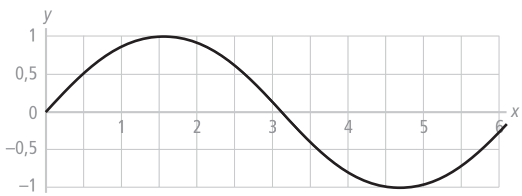
$f(x) = \cos x$

b



Bij spiegelen in de lijn $y = x$ zijn de punten P en Q elkaars spiegelbeeld.
Dan geldt $x_P = y_Q$ en $y_P = x_Q$
Verder geldt: als $\angle AOP = x$ dan is $\angle AOQ = \frac{1}{2}\pi - x$
Dan is $\sin(\frac{1}{2}\pi - x) = y_Q = x_P = \cos x$

c



$g(x) = \sin x$ want $\cos(\frac{1}{2}\pi - x) = x_Q = y_P = \sin x$